

PHYSIQUE

Maths sup – MPSI PCSI

FICHE DE COURS

1.1 Formation des Images - Optique Géométrique

1. STIGMATISME, RÉALITÉ ET VIRTUALITÉ

Stigmatisme

Un système optique (Σ) est **stigmatique** pour un point objet A si tous les rayons issus de A (et traversant le système) émergent en convergeant vers un unique point image A'. On note alors $A' = \Sigma(A)$. Le point A' est l'image de A par le système (Σ).

Point objet et Point image

- **Point Objet (A) :** Point d'intersection des rayons **incidents**.
 - L'objet est **réel** si les rayons incidents **divergent** depuis A. Le point A est alors situé **avant** la face d'entrée du système.
 - L'objet est **virtuel** si les rayons incidents **convergent** vers A. Le point A est alors situé **après** la face d'entrée du système.
- **Point Image (A') :** Point d'intersection des rayons **émergents**.
 - L'image est **réelle** si les rayons émergents **convergent** vers A'. Le point A' est alors situé **après** la face de sortie du système.
 - L'image est **virtuelle** si les rayons émergents **divergent** depuis A'. Le point A' est alors situé **avant** la face de sortie du système.

Une image réelle peut se former sur un écran, tandis qu'une image virtuelle doit être observée à travers le système optique.

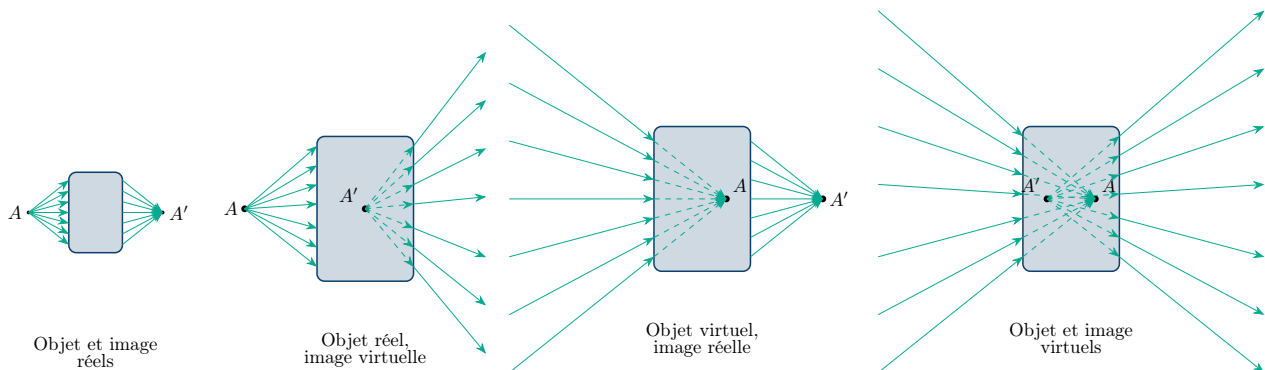


FIGURE 1 – Les quatre configurations possibles pour un objet et une image (réel/virtuel).

2. STIGMATISME APPROCHÉ ET CONDITIONS DE GAUSS

Le stigmatisme rigoureux étant rare (ex : miroir plan), on travaille dans des conditions qui assurent un stigmatisme **approché**.

2.1. SYSTÈMES OPTIQUES CENTRÉS

Système centré

Un système optique est dit **centré** s'il possède un axe de symétrie de révolution, appelé **axe optique**.

Conditions de Gauss

Pour obtenir un stigmatisme approché avec des systèmes centrés, on se place dans les **conditions de Gauss** :

- Les objets sont de **petite taille** et proches de l'axe optique.
- Les rayons lumineux sont **paraxiaux** : peu inclinés et frappant le système près de l'axe.

Conséquence : On peut utiliser les approximations $\sin(i) \approx \tan(i) \approx i$ et $\cos(i) \approx 1$.

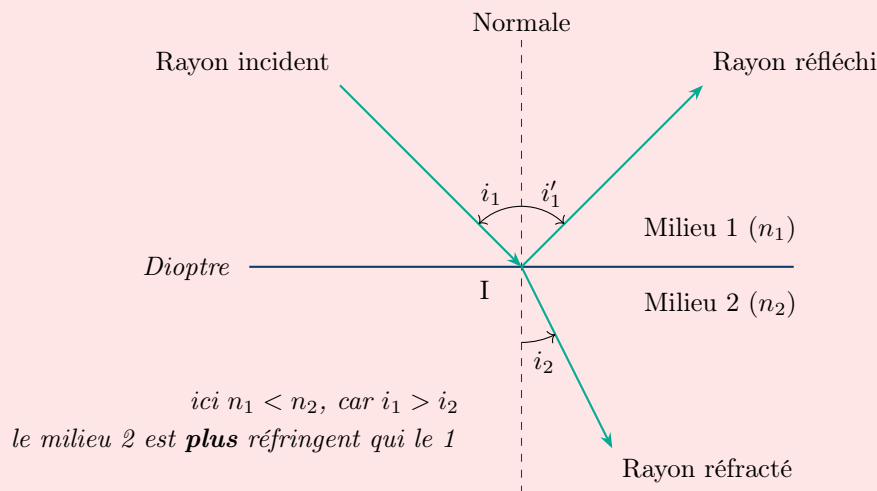
Aplanétisme

Dans les conditions de Gauss, un système centré est **aplanétique** : l'image A'B' d'un petit objet AB, perpendiculaire à l'axe optique, est elle-même perpendiculaire à l'axe.

3. LOIS FONDAMENTALES

3.1. LOI DE LA RÉFRACTION ET DE LA RÉFLEXION

Lois de Snell-Descartes



Le **dioptre** est la surface qui sépare deux milieux transparents ayant des indices de réfraction différents. Au point d'incidence **I** entre deux milieux d'indices n_1 et n_2 :

1. Les rayons incident, réfléchi et réfracté appartiennent au même **plan d'incidence**. Ce dernier est défini par le rayon incident et la normale au dioptre.
2. **Loi de la réflexion** : $i'_1 = i_1$.
3. **Loi de la réfraction** : $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$.

3.2. LE MODÈLE DE LA LENTILLE MINCE

Points cardinaux d'une lentille mince

- **Centre Optique (O)** : Tout rayon passant par O n'est pas dévié.
- **Foyer principal image (F')** : Image d'un point objet à l'infini sur l'axe. Un rayon incident parallèle à l'axe émerge en passant par F'.
- **Foyer principal objet (F)** : Point objet dont l'image est à l'infini sur l'axe. Un rayon incident passant par F émerge parallèle à l'axe.

Définition : Foyers secondaires

Points des plans focaux permettant de construire l'image de rayons non parallèles à l'axe optique.

- **Foyer image secondaire (F'_s)** : Point du plan focal image où convergent des rayons incidents qui sont parallèles entre eux.
- **Foyer objet secondaire (F_s)** : Point du plan focal objet d'où sont issus des rayons qui émergent de la lentille parallèles entre eux.

Définition : distances focales

Les **distances focales** représentent la distance algébrique entre le centre optique et les foyers principaux.

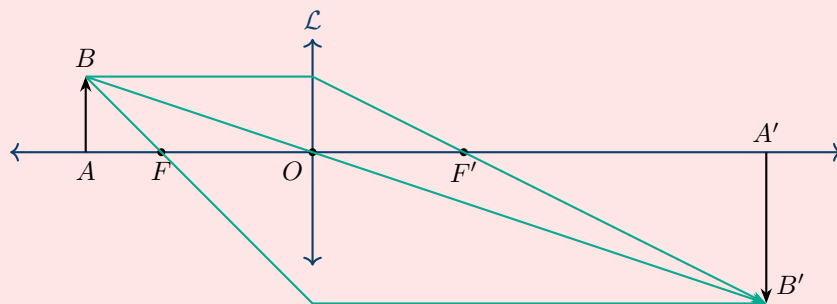
- **Distance focale image (f')** : $f' = \overline{OF'}$
- **Distance focale objet (f)** : $f = \overline{OF}$

Pour une lentille mince dans l'air, on a la relation : $f = -f'$.

Définition : vergence et distance focale

La **vergence C** d'un système optique est sa capacité à modifier la convergence des rayons lumineux. Elle est l'inverse de la distance focale image. $C = \frac{1}{f'}$. Elle s'exprime en **dioptries** (δ ou D), avec $1 \text{ D} = 1 \text{ m}^{-1}$.

Lentilles minces dans l'approximation de Gauss



Construction de l'image d'un objet par une lentille mince convergente.

Pour une lentille mince de centre O, foyers F et F', et distances focales $f = \overline{OF}$ et $f' = \overline{OF'}$ ($f = -f'$ dans l'air) :

- **Relation de Descartes (origine au centre O)** :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

- **Relation de Newton (origine aux foyers)** :

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f \cdot f' = -f'^2$$

- **Grandissement transversal (γ_t)** :

$$\gamma_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{f}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

PHYSIQUE

Maths sup – MPSI PCSI

FICHE METHODE

1.1 Formation des Images - Optique Géométrique

1	Méthodes de Résolution	1
1.1	Constructions Graphiques	2
1.2	Décryptage des énoncés	2
2	L'Œil et la Vision	3
3	Exemples de Montages Classiques	3
4	Exercice d'application	4
4.1	Enoncé	4
4.2	Résolution par la méthode	4

1. MÉTHODES DE RÉOLUTION

Conventions de tracé et de mesure

- **Axe optique** : orienté dans le sens de propagation de la lumière (gauche à droite). Les mesures algébriques ($\overline{OA}$) respectent ce sens.
- **Axe transverse** : orienté généralement vers le haut.
- **Rayons lumineux** : toujours fléchés. On trace en **trait plein** le trajet réel de la lumière et en **pointillés** les prolongements virtuels.

Systèmes à plusieurs composants

Il faut traiter le système **séquentiellement** : l'image formée par un instrument est un objet pour le suivant ! (pour la construction graphique **et** les calculs analytiques)

1. Schématiser la chaîne d'images :

$$A \xrightarrow{\text{Lentille } L_1} A_1 \xrightarrow{\text{Miroir } M_2} A_2$$

2. Résoudre étape par étape :

- On trouve l'image A_1 donnée par le premier instrument (L_1) à partir de l'objet initial A .
- Cette image A_1 devient l'**objet** (réel ou virtuel) pour le deuxième instrument (M_2), et ainsi de suite.

Pour chaque étape, on applique soit les **formules de conjugaison**, soit le **tracé de rayons**.

1.1. CONSTRUCTIONS GRAPHIQUES

Construire l'image d'un objet AB

Pour trouver B', on trace au moins deux des trois rayons issus de B :

1. Le rayon passant par **O**, qui n'est pas dévié.
2. Le rayon parallèle à l'axe optique, qui émerge en passant par **F'**.
3. Le rayon passant par **F**, qui émerge parallèlement à l'axe.

B' est à l'intersection des rayons émergents. A' est le projeté de B' sur l'axe.

Tracer l'émergent d'un rayon quelconque (Méthode des foyers secondaires)

Pour tout rayon incident :

1. **Tracer le rayon auxiliaire** : On trace le rayon parallèle au rayon incident passant par le centre optique **O**. Ce rayon n'est pas dévié.
2. **Identifier le foyer image secondaire** : L'intersection de ce rayon auxiliaire avec le plan focal image définit le foyer secondaire F'_s .
3. **Tracer le rayon émergent** : Le rayon émergent passe par le point d'incidence sur la lentille et par le foyer secondaire F'_s .

Appliquer les lois de Snell-Descartes

1. **Identifier le dioptré** : Repérer la surface de séparation entre les deux milieux d'indices n_1 et n_2 .
2. **Tracer la normale** : Dessiner la droite perpendiculaire au dioptré au point d'incidence **I**.
3. **Orienter les angles** : Les angles d'incidence (i_1) et de réfraction (i_2) sont toujours mesurés **entre la normale et le rayon correspondant**.
4. **Ecrire les lois de Snell-Descartes à chaque point d'incidence**
5. **Géométrie** : Utiliser les propriétés des triangles (somme des angles, angles alternes-internes) pour relier les angles entre eux.

1.2. DÉCRYPTAGE DES ÉNONCÉS

LENTILLE CONVERGENTE / DIVERGENTE $f' > 0 / f' < 0$. Les positions relatives de **F**, **O**, **F'** sont inversées.

OBJET/IMAGE RÉEL(LE) Point où les rayons **convergent** effectivement. Peut être formé sur un écran.

OBJET/IMAGE VIRTUEL(LE) Point d'intersection des **prolongements** des rayons. Non visible sur un écran.

OBJET À L'INFINI Rayons incidents parallèles entre eux. S'il est sur l'axe, les rayons sont parallèles à l'axe.

IMAGE À L'INFINI Rayons émergents parallèles entre eux. L'objet est dans le plan focal objet.

SYSTÈME AFOCAL Le foyer image d'un système est confondu avec le foyer objet du suivant ($F'_1 \equiv F_2$). L'image d'un objet à l'infini est une image à l'infini.

TROUVER UNE CONDITION (ANGLE/INDICE) Ex : "*Condition de réflexion totale*", "*Angle d'émergence limite*". **Méthode** : Partir du cas limite (ex : réfraction rasante, $i' = 90^\circ$). Appliquer Snell-Descartes à cette interface pour trouver l'angle critique. Remonter le trajet du rayon en utilisant la géométrie du système (ex : $\theta = r + r'$ pour un prisme) pour trouver la condition sur l'angle d'entrée i .

TROUVER LES FOYERS D'UN SYSTÈME OPTIQUE Méthode :

- **Foyer image F'** : On envoie un rayon incident parallèle à l'axe. On calcule son trajet à travers tous les composants. La position où le rayon final coupe l'axe est **F'**.
- **Foyer objet F** : On applique le principe du retour inverse. On envoie un rayon parallèle à l'axe depuis la droite. La position où il coupe l'axe à l'entrée du système est **F**.

ANALYSER L'EFFET DE LA LONGUEUR D'ONDE λ Ex : "*Comment est dévié le rayon si on change λ ?*", "*Pouvoir dispersif*". **Méthode** : Un changement de λ implique un changement de l'indice $n(\lambda)$. Il faut identifier la relation finale (ex : déviation $D(i, n)$) et la différencier par rapport à n . On obtient alors $\frac{dD}{dn}$, qui quantifie la dispersion (la sensibilité de la déviation à la longueur d'onde).

TROUVER UN EXTREMUM DE DÉVIATION Définition : La déviation D est l'angle entre la direction du rayon incident et celle du rayon émergent. **Méthode :** Exprimer D en fonction de l'angle d'entrée i . Calculer la dérivée $\frac{dD}{di}$ et trouver la valeur de i qui l'annule. Pour un prisme, on peut aussi utiliser le **principe du retour inverse de la lumière** : D est minimale lorsque le trajet est symétrique, soit $i = i'$.

2. L'ŒIL ET LA VISION

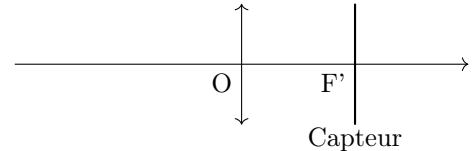
Modèle de l'œil et accommodation

- **Modèle réduit :** L'œil est assimilé à une **lentille convergente** (cristallin + cornée) de vergence variable ($\approx +60\delta$), formant une image sur un **écran** fixe (la rétine). La pupille (ouverture de l'iris) joue le rôle de diaphragme.
- **Accommodation :** C'est la capacité de l'œil à modifier la vergence du cristallin pour former une image nette sur la rétine.
- **Punctum Remotum (PR) :** Point le plus éloigné vu nettement **sans accommoder** (à l'infini pour un œil normal).
- **Punctum Proximum (PP) :** Point le plus proche vu nettement en **accommodant au maximum** (à ≈ 25 cm pour un œil normal).
- **Pouvoir séparateur :** Angle minimal (limite de résolution) sous lequel l'œil peut distinguer deux points. Il est d'environ 1 minute d'arc ($3 \cdot 10^{-4}$ rad).

3. EXEMPLES DE MONTAGES CLASSIQUES

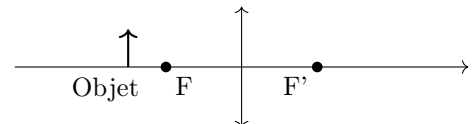
Appareil Photo

Un objectif (lentille convergente) forme une image réelle, inversée et réduite d'un objet lointain sur un capteur plan. **Contrainte :** le capteur est placé dans le plan focal image de l'objectif.



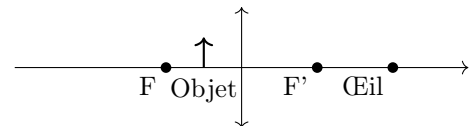
Projecteur de Diapositives

Un objectif (lentille convergente) projette une image réelle, inversée et très agrandie d'un objet réel (diapositive) sur un écran lointain. **Contrainte :** l'objet est placé légèrement en avant du foyer objet.



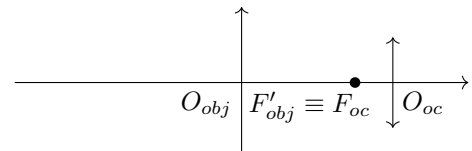
Loupe

Une lentille convergente forme une image virtuelle, droite et agrandie d'un objet réel. **Contrainte :** l'objet est placé entre le foyer objet F et le centre optique O.



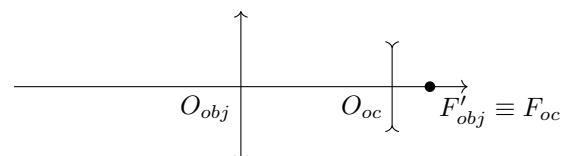
Lunette Astronomique (afocale)

Deux lentilles convergentes, un objectif (grande focale) et un oculaire (courte focale), pour observer des objets à l'infini. **Contrainte :** le foyer image de l'objectif coïncide avec le foyer objet de l'oculaire.



Lunette de Galilée (afocale)

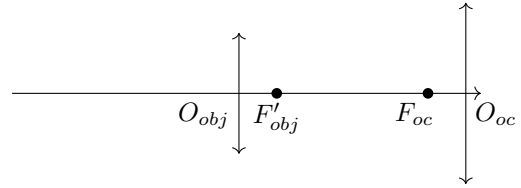
Objectif convergent et oculaire divergent. L'image est droite. **Contrainte :** le foyer image de l'objectif coïncide avec le foyer objet (virtuel) de l'oculaire.



Microscope

Un objectif (très courte focale) forme une image intermédiaire réelle et très agrandie, observée via un oculaire (loupe).

Contrainte : le foyer image de l'objectif F'_{obj} est proche du foyer objet de l'oculaire F_{oc} .



4. EXERCICE D'APPLICATION

4.1. ENONCÉ

Doublet de Huygens

On appelle doublet un ensemble de deux lentilles minces (L_1 et L_2) de même axe optique. Le système est caractérisé par les distances focales images f'_1 et f'_2 et son épaisseur $e = \overline{O_1O_2}$.

Le doublet de Huygens est défini par les relations suivantes, où a est une longueur positive :

$$f'_1 = 3a, \quad e = 2a, \quad f'_2 = a$$

1. Déterminer graphiquement la position du foyer image F' du doublet.
2. Retrouver ce résultat par le calcul en déterminant l'expression de $\overline{F'_2F'}$.

4.2. RÉOLUTION PAR LA MÉTHODE

Question 1 : Détermination graphique du foyer image F'

On applique la méthode des *Systèmes à plusieurs composants* pour trouver l'image d'un objet situé à l'infini à travers le doublet.

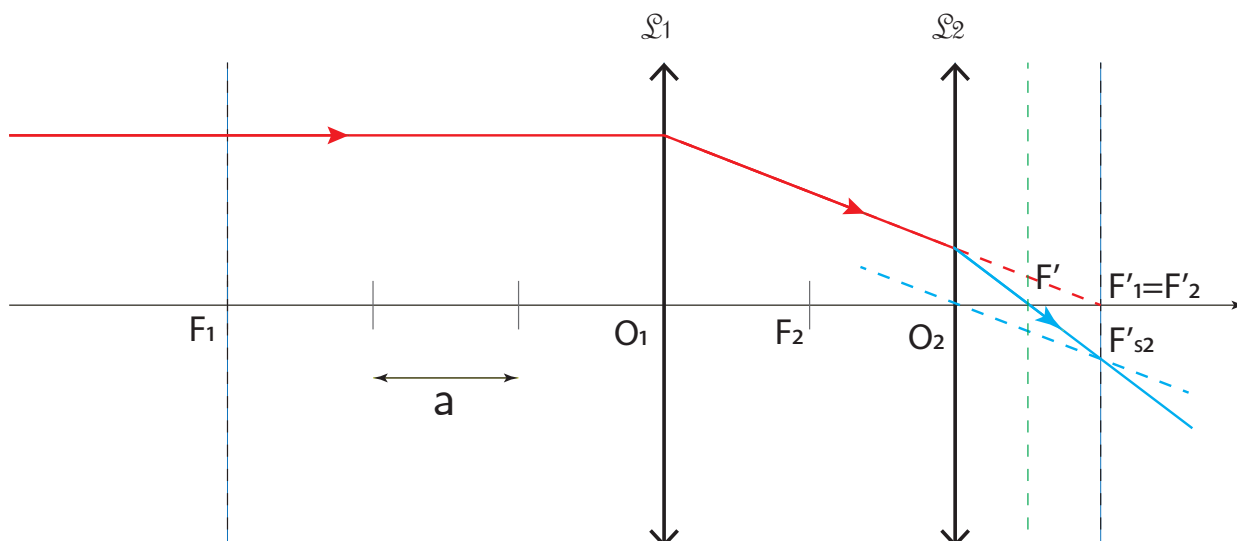
1. Schématiser la chaîne d'images

L'image du doublet est le résultat de deux transformations successives. Pour trouver le foyer image F' , on choisit un rayon arrivant de l'infini parallèle. Un objet à l'infini a son image intermédiaire au foyer image F'_1 de $\mathcal{L}_1$. Cette image intermédiaire sert ensuite d'objet pour $\mathcal{L}_2$.

$$\text{Objet à l'infini} \xrightarrow{\mathcal{L}_1} \text{Image intermédiaire } F'_1 \xrightarrow{\mathcal{L}_2} \text{Image finale } F'$$

2. Résoudre étape par étape (Méthode de la construction graphique)

On trace en rouge un rayon incident parallèle à l'axe optique pour suivre son parcours à travers le doublet.



1. **Passage par la première lentille $\mathcal{L}_1$** : En appliquant la méthode *Construire l'image d'un objet*, un rayon parallèle à l'axe (en rouge) doit émerger en passant par le foyer image F'_1 . Ce rayon émergent devient l'incident pour $\mathcal{L}_2$.
2. **Passage par la deuxième lentille $\mathcal{L}_2$** : Le rayon arrivant sur $\mathcal{L}_2$ n'est pas un rayon principal. On applique donc la méthode *Tracer l'émergent d'un rayon quelconque (Méthode des foyers secondaires)*.
 - On trace le **rayon auxiliaire** (en pointillés bleus) parallèle à notre rayon et passant par O_2 . Il n'est pas dévié.
 - On identifie le **foyer image secondaire** F'_{s2} à l'intersection de ce rayon auxiliaire et du plan focal image de $\mathcal{L}_2$.
 - Le **rayon émergent** final (en bleu) passe par le point d'incidence sur $\mathcal{L}_2$ et par ce foyer F'_{s2} .

Le point d'intersection du rayon émergent final avec l'axe optique est le foyer image **F'** du doublet.

Question 2 : Détermination par le calcul de F'

On applique de nouveau la méthode des **Systèmes à plusieurs composants**, mais cette fois avec les **formules de conjugaison**.

1. Image intermédiaire par $\mathcal{L}_1$

Un objet à l'infini donne une image en F'_1 . Cette image devient l'objet pour $\mathcal{L}_2$.

2. Image finale par $\mathcal{L}_2$

On calcule d'abord la position de l'objet (F'_1) par rapport au centre optique O_2 de la deuxième lentille.

$$p_2 = \overline{O_2 F'_1} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 F'_1} = -e + f'_1 = -2a + 3a = a$$

On applique ensuite la formule de conjugaison de Descartes pour $\mathcal{L}_2$ afin de trouver la position de l'image finale F' :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\overline{O_2 F'}} - \frac{1}{\overline{O_2 F'_1}} &= \frac{1}{f'_2} \\ \frac{1}{\overline{O_2 F'}} &= \frac{1}{f'_2} + \frac{1}{\overline{O_2 F'_1}} = \frac{1}{a} + \frac{1}{a} = \frac{2}{a} \end{aligned}$$

Ce qui nous donne la position de F' par rapport à O_2 :

$$\overline{O_2 F'} = \frac{a}{2}$$

L'exercice demande de calculer l'expression de $\overline{F'_2 F'}$.

$$\overline{F'_2 F'} = \overline{O_2 F'} - \overline{O_2 F'_2} = \frac{a}{2} - a = -\frac{a}{2}$$

Le résultat du calcul confirme la position trouvée graphiquement.

PHYSIQUE

Maths sup – MPSI PCSI

FICHE D'EXERCICES

1.1 Formation des Images - Optique Géométrique

1	Fondamentaux & assimilation du cours	1
1.1	Dioptre Plan (l'Aquarium)	1
1.2	Étude des lentilles minces (d'après CCP MP 2007)	1
2	Application & entraînement	2
2.1	Fibre Optique à Saut d'Indice (d'après CAPES 2001)	2
2.2	Étude d'un Prisme (d'après Veto 2004)	3
2.3	Deux Prismes Rectangles Accolés	4
2.4	Réfractomètre d'Abbe	4
2.5	Points de Bravais : un piège classique! (d'après ENAC 2001)	5
2.6	Étude d'une Loupe (d'après ENAC 2008)	6
3	Approfondissement & Autonomie	6
3.1	Pouvoir Dispersif d'un Prisme en Losange	7
3.2	Étude de l'Arc-en-Ciel	7

1. FONDAMENTAUX & ASSIMILATION DU COURS

1.1. DIOPTRE PLAN (L'AQUARIUM)

Taille apparente d'un poisson

On observe un poisson dans un grand aquarium parallélépipédique à parois minces, rempli d'eau d'indice $n = 1,33$. L'œil de l'observateur se trouve dans l'air (indice $n_0 = 1$) à une distance $d' = 20$ cm de la paroi de l'aquarium. On négligera l'épaisseur des parois.

- En réalisant une construction géométrique des rayons issus des deux extrémités du poisson (la tête et la queue), montrer qualitativement que la longueur apparente du poisson est supérieure à sa longueur réelle.
- Le poisson est parallèle à la paroi, à une distance $d = 60$ cm de l'œil. Si la longueur perçue du poisson est $\ell' = 10$ cm, quelle est sa longueur réelle ℓ ?

1.2. ÉTUDE DES LENTILLES MINCES (D'APRÈS CCP MP 2007)

Enoncé

1. Identification d'une lentille

- Représenter schématiquement la forme des lentilles suivantes : biconcave, ménisque convergente, et plan-concave.
- Expérience 1* : Un observateur utilise une lentille pour former l'image d'un objet très éloigné (considéré à l'infini). L'image observée est renversée. S'agit-il d'une lentille convergente ou

divergente ? Justifier.

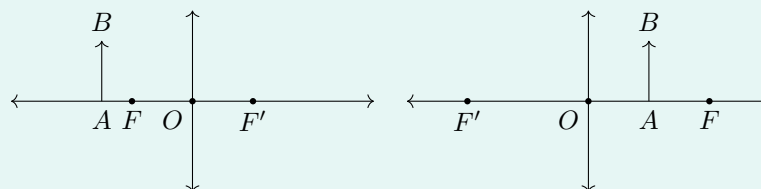
- (c) *Expérience 2* : On forme une image droite d'un objet réel à travers une lentille. En déplaçant latéralement la lentille, on note que l'image se déplace dans la même direction. Quel est le type de la lentille ? Justifier.

2. Relations de conjugaison

- (a) *Démonstration de la relation de Newton* : On place un objet transverse AB devant une lentille convergente (A sur l'axe).
- Réaliser un schéma en traçant le rayon issu de B parallèle à l'axe et celui passant par le foyer objet F pour construire l'image A'B'.
 - À l'aide du théorème de Thalès sur votre construction, établir deux expressions pour le grandissement transversal $\gamma = \frac{A'B'}{AB}$: l'une en fonction de $\overline{F'A'}$ et f' , l'autre en fonction de $\overline{FA}$ et f .
 - En déduire la formule de conjugaison de Newton.
- (b) *Passage à la relation de Descartes* :
- En utilisant la relation de Chasles pour exprimer $\overline{FA}$ et $\overline{F'A'}$ en fonction des positions au centre O, retrouver la relation de Descartes : $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$.
 - Montrer que le grandissement peut aussi s'écrire $\gamma = \frac{OA'}{OA}$.

3. Applications

- (a) Pour les deux configurations ci-dessous, construire l'image A'B' de l'objet AB.



- (b) **Cas 1** : Un objet est placé à 15 cm d'une lentille convergente de distance focale $f' = 30$ cm. Déterminer la position $\overline{OA'}$ et la nature de l'image.
- (c) **Cas 2** : Un objet est placé tel que $\overline{AF} = 20$ cm pour une lentille divergente de distance focale $f' = -30$ cm. Déterminer la position $\overline{OA'}$ et la nature de l'image.

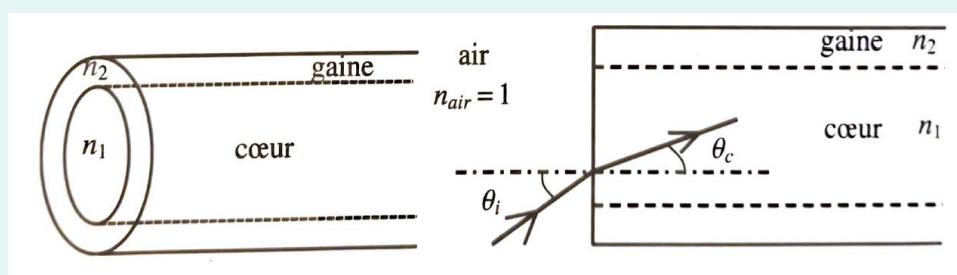
2. APPLICATION & ENTRAÎNEMENT

2.1. FIBRE OPTIQUE À SAUT D'INDICE (D'APRÈS CAPES 2001)

Énoncé

La transmission de l'information recourt de plus en plus souvent aux fibres optiques. Celles-ci se répartissent en deux grandes catégories : les fibres à saut d'indice et les fibres à gradient d'indice. On propose d'étudier ici les fibres à saut d'indice.

Elles sont constituées d'un cœur cylindrique d'indice n_1 et de rayon a , entouré d'une gaine d'indice n_2 . On notera c la vitesse de la lumière dans le vide ($c = 3,0 \cdot 10^8$ m.s⁻¹).



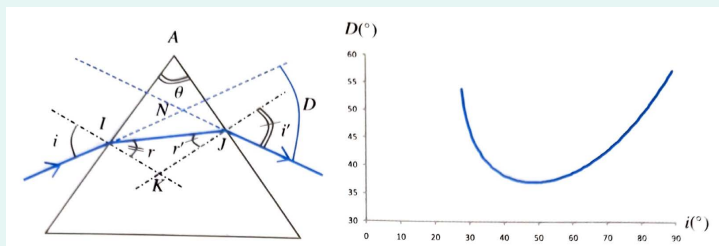
1. Un rayon est guidé par la fibre s'il subit des réflexions totales à chaque fois qu'il rencontre le dioptré

- cœur-gaine. Quelle condition doivent vérifier les indices n_1 et n_2 pour que le guidage soit possible ?
2. Dans la suite du problème, on supposera cette condition satisfaite. On définit la grandeur Δ par $\Delta = \frac{n_1^2 - n_2^2}{2n_1^2}$. Pour les applications numériques, on prendra $n_1 = 1,5$ et $\Delta = 1,0 \cdot 10^{-2}$.
On considère un rayon incident dans un plan méridien de la fibre, qui tombe sur le dioptre air-cœur avec un angle d'incidence θ_i . On note θ_r l'angle de réfraction correspondant.
- Pour que ce rayon soit guidé par le cœur de la fibre, montrer que θ_i doit rester inférieur à un angle limite θ_a , qu'on calculera en fonction de n_1 et Δ .
 - On appelle **ouverture numérique** la quantité notée $O.N. = \sin(\theta_a)$. Calculer l'ouverture numérique de la fibre.
3. Le guidage des rayons peut être confronté à un problème lorsque la fibre cesse d'être rectiligne. Pour déterminer un ordre de grandeur de la courbure acceptable, on envisage un rayon confondu avec l'axe du cœur dans la partie rectiligne de la fibre.
Déterminer la valeur R_m du rayon de courbure pour que le rayon envisagé reste effectivement guidé. Exprimer R_m en fonction du rayon du cœur a et de Δ . Pour cela, on pourra utiliser le développement limité $(1 + \varepsilon)^\beta \approx 1 + \beta\varepsilon$ si $\varepsilon \ll 1$. Faire l'application numérique en prenant $a = 25 \mu\text{m}$.
4. Un autre problème que pose l'utilisation des fibres optiques est l'étalement des impulsions. Ces impulsions correspondent au codage binaire de l'information. On considère deux rayons passant par le centre O de la face d'entrée de la fibre supposée rectiligne. L'un entre dans la fibre en incidence normale, l'autre avec l'incidence limite θ_a .
- Calculer la différence Δt entre les durées des trajets de la lumière selon chacun de ces rayons sur une longueur l de fibre. Exprimer Δt en fonction de l , c , n_1 et Δ .
 - Calculer numériquement Δt en prenant $l = 1,0 \text{ km}$.
 - Quelle durée τ doit séparer deux impulsions successives pour qu'elles ne se superposent pas à la sortie de la fibre ? En déduire une valeur limite D_m pour le débit de la ligne, exprimé en bits.s^{-1} .

2.2. ÉTUDE D'UN PRISME (D'APRÈS VETO 2004)

Énoncé

On considère un prisme réalisé dans un milieu transparent d'indice n (par exemple du verre), d'arête A et d'angle au sommet θ . Ce prisme est plongé dans l'air dont l'indice de réfraction est assimilé à 1,00. Un rayon d'un faisceau parallèle incident, contenu dans le plan perpendiculaire à l'arête A (ce plan est le plan de la figure), arrive en I sur la face d'entrée du prisme avec un angle d'incidence i . On s'intéresse dans la suite au cas où le rayon émerge en J. Les notations des angles sont définies sur la figure ci-dessous.



- Rappeler les lois de Snell-Descartes relatives à la réfraction. En déduire les relations entre i, n, r d'une part et i', n, r' d'autre part.
- Montrer que tous les rayons sont contenus dans un même plan.
- Établir la relation entre θ, r et r' puis exprimer D , la déviation introduite par le prisme, en fonction de θ, i et i' .
- Montrer la croissance de i' quand i diminue depuis 90° . En déduire la disparition possible du rayon émergent. Montrer qu'en incidence rasante ($i = 90^\circ$) les rayons n'émergent qu'à condition que θ soit inférieur à une valeur θ_{max} dont on donnera l'expression.
- Établir que dans le cas général l'angle r doit appartenir à un intervalle dont on précisera les bornes. En déduire que la condition obtenue en incidence rasante est générale. Cette condition étant vérifiée,

montrer que l'émergence n'est possible que si l'angle d'incidence est supérieur à une valeur critique i_{min} , dont on donnera l'expression en fonction de θ et de n .

Applications numériques : calculer θ_{max} et i_{min} pour $n = 1,50$ et $\theta = 60,0^\circ$.

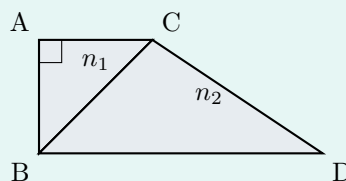
- À partir des relations obtenues aux questions 1 et 3, déterminer l'expression de i' en fonction de i, n et θ . En déduire l'expression de D en fonction de i, n et θ .
- On n'étudie pas la fonction $D(i)$ et on se contente de son graphe pour les valeurs numériques utilisées ici. Déterminer graphiquement la valeur de l'angle i_{min} minimal nécessaire à l'émergence d'un rayon. Comparer cette valeur avec celle trouvée à la question précédente. Déterminer graphiquement les valeurs numériques de D_m et i_m en degrés, valeurs respectives de D et i au minimum de la déviation.
- Quel principe élémentaire de l'optique géométrique permet de montrer que le minimum de déviation est obtenu lorsque $i = i'$? Détailler le raisonnement tenu.
- On note r_m la valeur de r au minimum de déviation. Expliciter la valeur de r_m en fonction de θ . Donner alors l'expression de i_m en fonction de n et θ . En déduire l'expression de D_m en fonction de n et θ . Comparer les valeurs numériques de r_m, i_m et D_m aux résultats de la question 7.
- Déduire des questions précédentes que :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\theta + D_m}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}$$

2.3. DEUX PRISMES RECTANGLES ACCOLÉS

Énoncé

On accole deux prismes rectangles isocèles comme l'indique la figure ci-dessous. Le prisme ABC est taillé dans un matériau d'indice n_1 et le prisme BCD dans un matériau d'indice n_2 . On éclaire la face AB par un faisceau de rayons parallèles sous incidence normale.



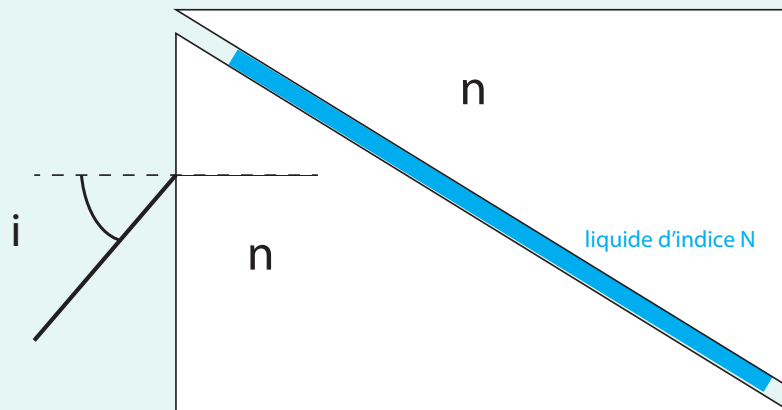
- À quelle condition peut-on avoir une réflexion totale sur la face BC ?
- On suppose dans la suite qu'il y a réfraction sur BC. À quelle condition a-t-on une réflexion totale sur la face CD ?
- Le rayon peut-il émerger par la face BD après avoir subi une réfraction en BC et une réflexion sur CD ?
- Si on suppose que $n_1 = n_2$ pour une longueur d'onde jaune, que peut-on dire du rayon pour cette longueur d'onde ?
- Même question pour une longueur d'onde pour laquelle les indices deviennent $n_1 + \Delta n_1$ et $n_2 + \Delta n_2$, avec Δn_1 et Δn_2 faibles. On supposera que le milieu d'indice n_1 est plus dispersif.

2.4. RÉFRACTOMÈTRE D'ABBE

Énoncé

- Un rayon lumineux passe d'un milieu d'indice n à un milieu d'indice n' . La réflexion totale est-elle possible si $n < n'$? Justifier.
- On se place dans le cas où la réflexion totale est possible. Déterminer l'expression de l'angle de réfraction limite, noté i_l , en fonction de n et n' .
- On considère un réfractomètre d'Abbe, constitué de deux prismes rectangles identiques, dont l'un des angles vaut 75° . Ces prismes, taillés dans un matériau d'indice n , sont accolés le long de leur hypoténuse. On introduit une fine couche d'un liquide d'indice N entre les deux hypoténuses.

Un rayon lumineux pénètre dans le premier prisme et atteint l'interface prisme-liquide avec un angle d'incidence i .



Tracer qualitativement le trajet d'un rayon lumineux qui émerge dans le second prisme, ainsi que celui d'un rayon subissant une réflexion totale à l'interface avec le liquide.

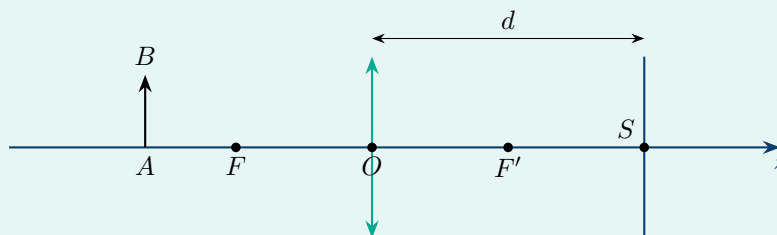
- Déterminer la condition sur l'angle d'incidence i pour qu'il y ait réflexion totale à l'interface prisme-liquide.
- En déduire comment la mesure de l'angle limite i_l (correspondant à l'apparition de la réflexion totale) permet de déterminer l'indice N du liquide.
- Pour un dispositif où l'indice du prisme est $n = 1,658$, on insère du cyclohexane et on mesure un angle limite $i_l = 26,6^\circ$. En déduire l'indice de réfraction du cyclohexane.

2.5. POINTS DE BRAVAIS : UN PIÈGE CLASSIQUE ! (D'APRÈS ENAC 2001)

Énoncé

On considère une lentille mince convergente L , de centre O et de foyers F (objet) et F' (image). Sa distance focale image est $f' = \overline{OF'}$. Un miroir plan M , perpendiculaire à l'axe optique, est placé à une distance $d = \overline{OS} = 2f'$ de la lentille. L'ensemble forme un système optique centré sur l'axe Oz .

On adopte une convention où les grandeurs algébriques sont orientées positivement dans le sens de propagation de la lumière incidente (de gauche à droite).



Un objet AB , perpendiculaire à l'axe optique, est placé en A , tel que sa position est donnée par $p = \overline{OA}$.

- Le système optique forme une première image A_1B_1 de l'objet AB après passage par la lentille et réflexion sur le miroir. Déterminer la position $\overline{OA_1}$ en fonction de p et f' .
- L'image A_1B_1 sert d'objet pour la lentille, qui forme une image finale A_2B_2 . Démontrer que la position de cette image finale est donnée par :

$$\overline{OA_2} = -\frac{f'(3p + 4f')}{2p + 3f'}$$

- Les **points de Bravais** sont les positions de l'objet pour lesquelles l'image finale A_2B_2 se forme dans le même plan que l'objet AB ($\overline{OA_2} = \overline{OA}$). Trouver l'équation du second degré en p qui définit

ces positions.

Pour $f' = 10$ cm, calculer les positions p_1 et p_2 ($p_2 > p_1$) de ces points.

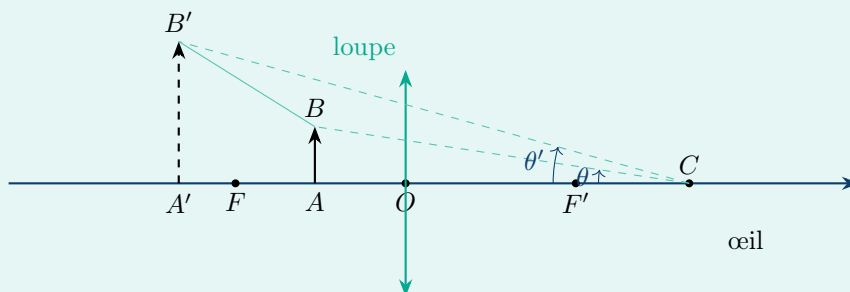
- Calculer le grandissement total $\gamma = \frac{\overline{A_2 B_2}}{\overline{AB}}$ du système en fonction de p et f' .
- Déterminer la valeur du grandissement γ pour chacune des positions de Bravais trouvées précédemment.

2.6. ÉTUDE D'UNE LOUPE (D'APRÈS ENAC 2008)

Énoncé

On nomme distance de vision distincte d'un œil la distance d qui sépare son centre optique C d'un objet dont l'image sur la rétine est nette. Le cristallin, par sa propriété d'accommodation, permet à d de varier entre une distance minimale d_m et une distance maximale d_M . Pour un œil normal (emmétrope), on a $d_m = 20$ cm et $d_M = \infty$.

Un observateur à la vision normale se sert d'une lentille mince convergente (L), de centre optique O et de distance focale image f' , comme d'une loupe. Il observe l'image virtuelle A'B' que la loupe forme d'un objet réel AB.



- En s'aidant de considérations géométriques et de la relation de conjugaison des lentilles minces, exprimer le grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ en fonction de f' , de $d = \overline{A'C}$ et de la distance $\delta = \overline{OC}$.
- Lorsque l'observateur regarde l'objet $\overline{AB}$ à travers la loupe, il voit son image $\overline{A'B'}$ sous l'angle θ' . Lorsqu'il enlève la loupe sans changer la distance de l'objet à son œil, il voit cet objet $\overline{AB}$ sous l'angle θ . On définit le **grossissement** G de la loupe par le rapport $G = \theta'/\theta$.

On supposera les angles suffisamment petits pour qu'on puisse les approximer par leur tangente (en radians). Montrer que :

$$G = \frac{f' + \delta}{f'} - \frac{\delta^2}{f'd}$$

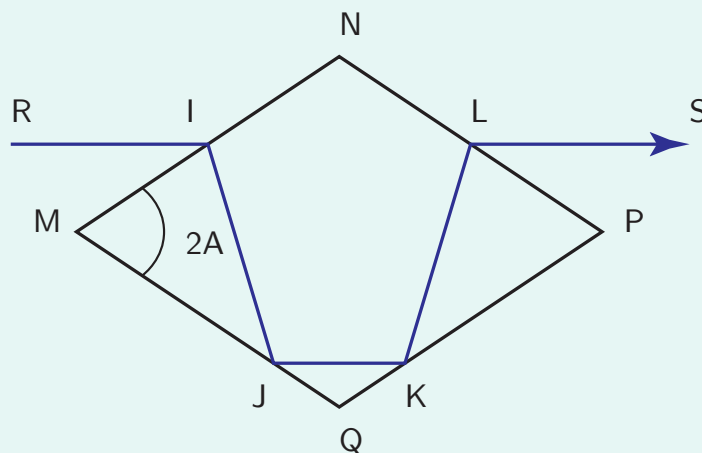
- Quelle est la valeur de d qui conduit au grossissement maximal, noté G_{max} ? Quelle est alors l'expression de ce grossissement?
- L'observateur maintient la position de la loupe fixe par rapport à son œil. En ajustant la position de l'objet, il accommode de l'infini ($d = d_M = \infty$) jusqu'à sa distance minimale de vision distincte ($d = d_m$). Calculer la variation de grossissement $\Delta G = G(\infty) - G(d_m)$ en fonction de f' , d_m et δ .
- Le centre optique de l'œil est placé à $\delta = 18$ cm du centre optique de la loupe. Quelle doit être la distance focale f'_0 de la loupe pour que son grossissement maximal G_{max} vaille 10?

3. APPROFONDISSEMENT & AUTONOMIE

3.1. POUVOIR DISPERSIF D'UN PRISME EN LOSANGE

Énoncé

On étudie un prisme dont la section droite est un losange MNPQ. Il est fabriqué dans un verre d'indice $n_D = 1,5600$ pour la raie D du sodium. L'angle au sommet M est noté $2A$.

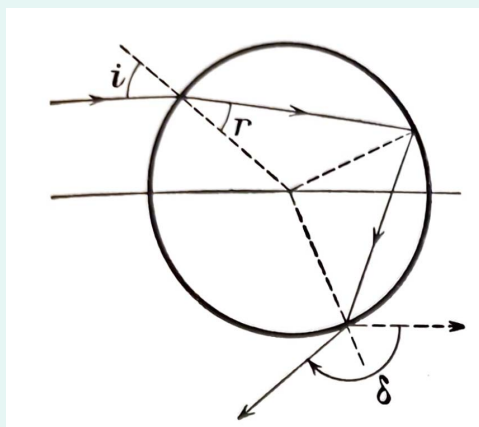


1. Un rayon lumineux RI, monochromatique (raie D du sodium), arrive sur le prisme parallèlement à la diagonale MP. Après deux réflexions totales en J et K, le rayon émerge en L suivant la direction LS, qui est dans le prolongement de RI. Déterminer la valeur de l'angle $2A$ du prisme pour satisfaire cette condition. On calculera $\sin(A)$.
2. On conserve la même géométrie (angle A calculé précédemment). Le prisme est maintenant éclairé par une source monochromatique violette, pour laquelle l'indice du verre est $n_v = 1,5686$. Le rayon incident suit toujours la direction RI. Il émerge cette fois selon L'S'. Déterminer l'angle $2A'$ d'un prisme standard (à section triangulaire), fait du même verre, qui produirait la même dispersion angulaire au voisinage de son minimum de déviation.
3. La face d'entrée MN est éclairée par une source ponctuelle à l'infini émettant les deux radiations (jaune et violette). Le faisceau incident est limité par un petit diaphragme en I. L'ensemble des rayons émergents est capté par une lunette achromatique réglée à l'infini. Décrire ce que l'on observe dans le plan focal de l'objectif. Si la distance focale de l'objectif est de 20 cm, quelle est la distance séparant les images des deux radiations ?

3.2. ÉTUDE DE L'ARC-EN-CIEL

Énoncé

On considère une sphère réfringente d'indice n (une goutte d'eau), placée dans un faisceau de rayons parallèles monochromatiques venant de l'air (indice 1).



1. Un rayon lumineux subit une réfraction en entrant dans la sphère, puis une réflexion intérieure, et enfin une seconde réfraction en sortant. Exprimer la déviation totale δ de ce rayon en fonction de son angle d'incidence i et de l'angle de réfraction r .
2. On cherche l'angle d'incidence I qui correspond à un minimum de déviation D . Montrer que cet angle est défini par la relation :

$$\sin^2(I) = \frac{4 - n^2}{3}$$

3. Calculer la valeur de cet angle I pour $n = 4/3$ (valeur approximative pour l'eau).
4. Pour cet angle d'incidence I , calculer la déviation minimale D . En déduire l'angle $\pi - D$ sous lequel on observe l'arc-en-ciel par rapport à la direction incidente.
5. L'indice de l'eau dépend de la longueur d'onde : $n_{\text{rouge}} \approx 1,330$ et $n_{\text{violet}} \approx 1,342$. En utilisant les résultats précédents, expliquer qualitativement la formation d'un arc-en-ciel et la séparation des couleurs.