Fonctions usuelles

Remarque

Les propriétés les plus élémentaires des fonctions valeur absolue, exponentielle et logarithmes, issues du cours de Terminale S, ne sont pas reprises ici.

Partie entière.

— $E(x)$ est l'unique entier relatif tel que : $x-1 < E(x) \leqslant x$. Pour tout réel x : $E(x) \leqslant x < E(x)+1$.
— La fonction partie entière est continue en tout point de $\mathbb{R}\backslash\mathbb{Z}$ et continue à droite en tout point de $\mathbb{Z}$.

Valeur absolue.

— $\forall x \in \mathbb{R},\ |x| = max(x,0) + max(-x,0)$.
— $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2,\ max(a,b) = \dfrac{a+b+|a-b|}{2}$.

Exponentielle, logarithmes, puissances.

— Lorsque h est au voisinage de 0 : $e^h = 1 + h + \circ(h)$.
— Lorsque h est au voisinage de 0 : $\ln(1+h) = h + \circ(h)$.
— $\forall x \in \mathbb{R}_+^*, \forall y \in \mathbb{R}, x^y = e^{y\ln x}$.

Fonctions $\cos$, $\sin$, $\tan$. Voir le formulaire de trigonométrie.

Fonctions $Arccos$, $Arcsin$, $Arctan$.

— La fonction cos induit une bijection croissante de $[0,\pi]$ sur $[-1,1]$. La réciproque de cette restriction est la fonction $Arccos$: $\forall y \in [-1,1], Arccos y = x \in [0,\pi] \,/\, \cos x = y$.

— La fonction sin induit une bijection croissante de $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ sur $[-1,1]$. La réciproque de cette restriction est la fonction $Arcsin$: $\forall y \in [-1,1], Arcsin y = x \in \left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right] \,/\, \sin x = y$.

— La fonction tan induit une bijection croissante de $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ sur $\mathbb{R}$ La réciproque de cette restriction est la fonction $Arctan$: $\forall y \in \mathbb{R}, Arctan y = x \in \mathbb{R}, \,/\, \tan x = y$.

— $\forall x \in]-1,1[,\ Arccos'(x) = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\forall x \in]-1,1[,\ Arcsin'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $\forall x \in \mathbb{R},\ Arctan'(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$.

Fonctions ch, sh, sh. Voir le formulaire de trigonométrie.

Fonctions $Argch$, $Argsh$, $Argth$.

— La fonction ch induit une bijection croissante de $\mathbb{R}_+$ sur $[1,+\infty[$. La réciproque de cette restriction est la fonction $Argch$: $\forall y \in [1,+\infty[, Argch y = x \in \mathbb{R}_+ /\mathrm{ch} x = y$.

— La fonction sh est une bijection croissante de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}$. La réciproque de cette restriction est la fonction $Argsh$: $\forall y \in \mathbb{R}, Argsh y = x \in \mathbb{R} /\mathrm{sh} x = y$.

— La fonction induit une bijection croissante de $\mathbb{R}$ sur $]-1,1[$ La réciproque de cette restriction est la fonction $Argsh$: $\forall y \in]-1,1[, Argsh y = x \in \mathbb{R}, /x = y$.

— $\forall x \in]1,+\infty[,\ Argch'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$, $\forall x \in \mathbb{R},\ Argsh'(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$, $\forall x \in]-1,1[,\ Argth'(x) = \dfrac{1}{1-x^2}$.