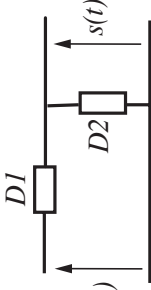


# Concours Communs Polytechniques – option MP

## Planche 1 Abordable en partie en 1<sup>re</sup> année

I) Dans le schéma ci-contre, les dipôles  $D_1$  et  $D_2$  sont formés au total d'une résistance  $R$ , d'une bobine d'inductance  $L$  et d'un condensateur de capacité  $C$  (en parallèle ou série). On veut déterminer les dipôles, la sortie étant ouverte dans tout l'exercice.



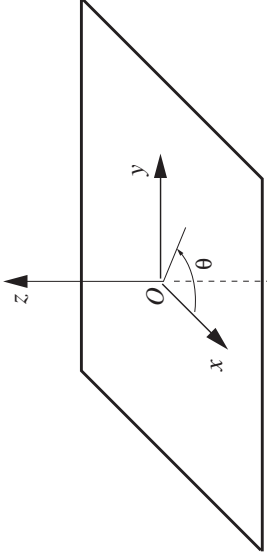
On impose en entrée une tension continue de 12 V. Une ampèremètre, placé dans la boucle, indique  $i = 12$  mA. En déduire les configurations possibles.

Pour chacune des configurations restantes, donner le comportement HF et BF, et identifier le type de filtre.

Expérimentalement, le filtre étudié est un passe-bande de fréquence de résonance  $f_0 = ?$  et de largeur de bande passante (valeur donnée). Identifier complètement le montage et les valeurs de  $R$ ,  $L$  et  $C$ .

II) Un point matériel, sur un plan  $(\pi)$ , subit une force  $\vec{F} = -k\vec{OM}$ , où  $k$  est une constante positive.

Exprimer le moment cinétique par rapport à  $O$  dans  $R$  en fonction de  $C = r^2\theta$ .



En déduire les propriétés du mouvement.

Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à  $M$ . Montrer que l'énergie mécanique se conserve.

Exprimer l'énergie mécanique en fonction de  $r$ ,  $\dot{r}$ ,  $C$ ,  $k$ . Donner l'expression de l'énergie potentielle efficace. Tracer sa courbe en fonction de  $r$ .

Étant donnée l'énergie mécanique initiale  $E_0$ , montrer que le mouvement se fait entre deux valeurs limites  $r_1$  et  $r_2$ .

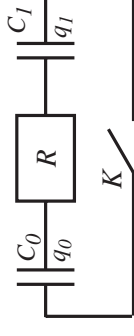
## Planche 2 Abordable en partie en 1<sup>re</sup> année

I) Un radiateur de capacité thermique  $C$ , de température  $T$ , est en contact, d'une part avec l'atmosphère de température  $T_0$ , d'autre part avec un composant électronique dont il reçoit une puissance thermique  $P$ . Il dissipe vers l'atmosphère un flux  $\phi = h(T - T_0)$ . Faire un bilan d'énergie pour l'ensemble du radiateur pendant un temps  $dt$ . On notera  $\tau$  la durée caractéristique qui apparaît.

Résoudre l'équation différentielle si, à  $t = 0$ ,  $T(0) = T_0$  et représenter  $T$  au cours du temps. Calculer  $T(\tau)$ .

Donner la date à laquelle le radiateur atteint sa température finale à 1% près.

II) Dans le circuit ci-contre, à  $t < 0$ , l'interrupteur  $K$  est ouvert,  $q_0 = Q$  et  $q_1 = 0$ . On ferme  $K$  à  $t = 0$ .



Déterminer les charges finales des condensateurs, en utilisant notamment une loi de conservation. Déterminer les équations différentielles en  $q_0$  et  $q_1$ , les résoudre et les représenter sur un même graphique.

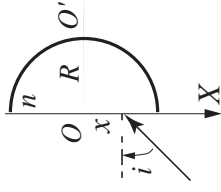
## Planche 3 Abordable en partie en 1<sup>re</sup> année

I) Un cylindre illimité d'axe  $Oz$  est parcouru par un courant surfacique ; on l'assimile à un fil infini parcouru par  $I = I_m \cos(kz - \omega t)$ . À l'aide de considérations géométriques, déterminer les composantes dans le repère cylindrique  $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z)$  du champ électromagnétique.

On supposera par la suite que  $E_z(M, t) = 0$ .

Calculer  $\vec{B}(M, t)$ , puis, en utilisant l'équation de Maxwell-Ampère, déterminer  $\vec{E}(M, t)$ .

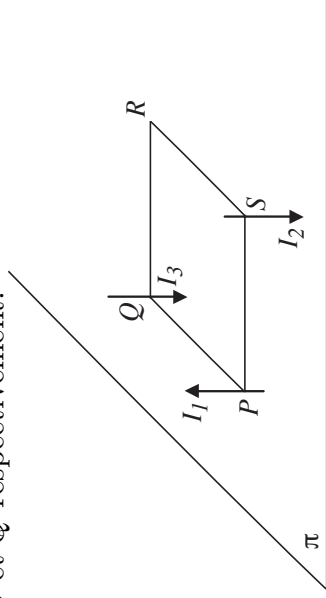
Quelles sont les caractéristiques de l'onde électromagnétique qui se propage ? Que se passe-t-il pour un point  $M$  très éloigné de l'axe ?



III) Le rayon doit sortir en  $O'$  pour être orthogonal à  $Ox$  : calculer  $x$  en fonction de  $i$ ,  $n$  et  $R$ .

#### Planche 4

I) Dans le plan  $\Pi$ , on donne le carré  $PQRS$  ;  $\Pi$  y a trois fils chargés  $I_1, I_2, I_3$  en  $P, S$  et  $Q$  respectivement.



Trouver une relation entre  $I_1, I_2, I_3$ , pour que le champ magnétique en  $R$  soit nul.

On rajoute un fil de charge  $I'$  en  $R$ , dans le même sens que  $I_2$  : calculer la force que ce fil exerce.

II) On donne un fil cylindrique de masse volumique  $\mu$ , de section  $s$ , de longueur  $l$  ; on note  $J_q = -\lambda \frac{dT}{dx}$ .

Montrer que l'on peut traduire ce système par l'équation différentielle  $\frac{dT}{dx} = \alpha \frac{dT}{dt}$  où  $\alpha$  est un facteur que l'on déterminera en fonction des données.

Trouver une expression de  $T(x)$  en régime permanent sachant que  $T(0) = T_1$  et que  $T(l) = T_2 < T_1$ .

Application numérique avec  $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $T_2 = 280 \text{ K}$ ,  $l = 1 \text{ m}$ .

#### Planche 5 Abordable en partie en 1<sup>re</sup> année

I) Cours : fentes d'Young ; source large, source étendue.

II) Établir la loi fondamentale de l'hydrostatique, en supposant que l'air est un gaz parfait et que la température de l'atmosphère est constante ; déterminer  $P(z)$ .

Un ballon de volume  $V(z)$  est rempli d'hélium considéré comme un gaz parfait et soutient une nacelle de masse  $m$  ; déterminer la force ascensionnelle.

#### Planche 6

I) Un faisceau lumineux crée une image réelle de 6 mm sur un écran. On place, à 20 cm devant cet écran, une lentille convergente de distance focale 15 cm.

Déterminer la nature, la position et le grandissement de l'image.

II) Le solide  $D$  est un demi-cercle de rayon  $R_1$ , placé dans le repère  $\mathcal{R} = (e_x, e_y, e_z)$ . Ce solide a un mouvement de rotation autour de l'axe  $e_z$  avec  $\vec{\Omega}$  pour vecteur vitesse.  $G$  est le centre d'inertie du solide et  $OG = a$ .

Déterminer la quantité de mouvement du solide dans  $\mathcal{R}$ .

Calculer, à partir de la définition, l'énergie cinétique du solide.

En déduire le moment d'inertie  $J_{Dz}$ .

Calculer autrement l'énergie cinétique du solide.

#### Planche 7

Une tige creuse tourne à vitesse constante  $\vec{\omega}$  autour de la verticale avec un angle  $\theta$  constant avec celle-ci. Une masse ponctuelle  $m$  se déplace sans frottement à l'intérieur de la tige. L'intersection entre la tige et l'axe vertical de rotation est prise pour origine  $O$  du repère. La masse est repérée par le point  $M$  tel que  $r(t) = OM$ . Établir et résoudre l'équation différentielle vérifiée par  $r(t)$ .

### Planche 8

I) On considère un circuit circulaire de centre  $O$ , de rayon  $R$ , parcouru par un courant uniforme  $I$ . On repère un point  $M$  de l'axe  $x'Ox$  par son abscisse  $x = \overline{OM}$ .

Déterminer, sous la forme d'une intégrale, le champ  $\vec{B}(M)$  créé au point  $M$  par le circuit.

Déterminer, et commenter le résultat obtenu, l'expression du champ lorsque  $x \gg R$  puis lorsque  $x \ll R$ .

II) On considère une étoile double et deux trous d'Young.

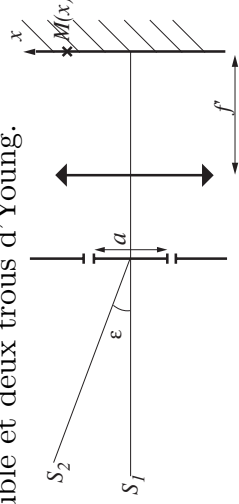
Déterminer la figure d'interférences créée par  $S_1$ .

Expliciter  $I_1(x)$ .

Déterminer la figure d'interférences produite par les 2 sources et expliciter  $I(x)$ .

Les sources  $S_1$  et  $S_2$  sont-elles cohérentes ?

Montrer que l'on peut déterminer  $\varepsilon$  en faisant varier  $a$ .

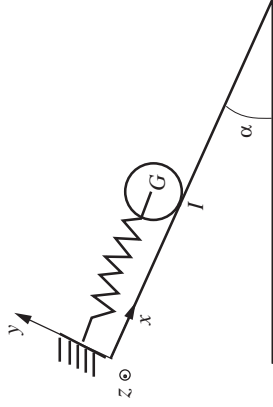


### Planche 9

I) Un cylindre de rayon  $R$ , de masse  $M$ , roule sans glisser sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal. Il est retenu en amont par un ressort de constante de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ .

On repère le cylindre par son écart  $x$  à la longueur du ressort à l'équilibre  $l_e$ . On pose  $\vec{\omega} = \dot{\varphi} \vec{u}_z$ . Établir la relation entre  $\dot{x}$  et  $\dot{\varphi}$ .

Utiliser les théorèmes du moment cinétique et de la résultante dynamique pour établir l'équation différentielle vérifiée par  $x$ . Exprimer  $l_e$  en fonction des données. Exprimer  $x(t)$ .



Donner la condition sur  $f$  pour que le roulement sans glissement soit toujours maintenu.

Retrouver l'équation différentielle établie précédemment par une méthode énergétique.

II) On observe une étoile double ( $S_1$  sur l'axe optique,  $S_2$  vue sous un angle  $\varepsilon$  faible) à travers un dispositif de fentes d'Young.

Quel est l'éclairement  $I_1(x)$  obtenu par l'observation de  $S_1$  ?

Quel est l'éclairement  $I_2(x)$  obtenu par l'observation de  $S_2$  ? Les deux étoiles interfèrent-elles ?

Donner l'éclairement total  $I(x)$ .

Exprimer le contraste  $V$ .

On diminue l'écartement  $a$ . Trouver  $a$  tel que  $V = 0$ .

Application numérique.

### Planche 10

I) Expliquer par un schéma le fonctionnement d'une pompe à chaleur.

On note  $T_f$  la température de la source froide et  $T_c$  celle de la source chaude. le cycle de la pompe est le suivant :

isentropique de  $(V_1, T_f)$  à  $(V_2, T_c)$  ;

isotherme de  $(V_2, T_c)$  à  $(V_3, T_c)$  ;

isentropique de  $(V_3, T_c)$  à  $(V_4, T_f)$  ;

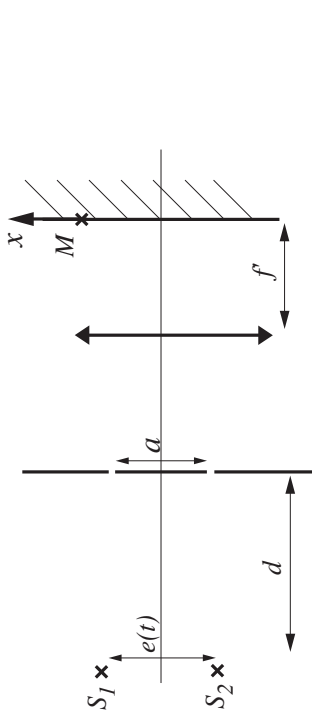
isotherme de  $(V_4, T_f)$  à  $(V_1, T_f)$ .

Tracer et commenter le diagramme de Clapeyron et le diagramme entropique.

Montrer que  $\frac{V_1 V_3}{V_2 V_4}$  est constant et le calculer.

Faire un bilan entropique, calculer l'entropie créée et l'efficacité.

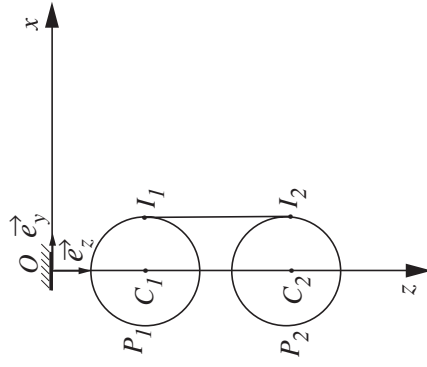
II) On observe la figure d'interférence de fentes d'Young :  $S_1$  et  $S_2$  sont monochromatiques et se déplacent à vitesse  $\vec{v} = v_0 \vec{u}_x$  symétriquement par rapport à l'axe du système.



Montrer qu'il y a périodicité du brouillage et calculer la période.

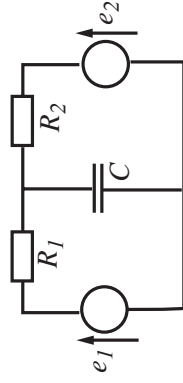
**Planche 11**

I) Le repère  $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  est galiléen ; les liaisons sont parfaites.  $P_1$  tourne autour d'un axe fixe  $(C_1, \vec{e}_y)$  à  $\omega_1$ .  $P_2$  tourne autour d'un axe mobile  $(C_2, \vec{e}_y)$  à  $\omega_2$ . Le fil ne glisse pas sur les poulies. Appliquer le TMC à  $P_1$  et  $P_2$  et trouver une relation entre  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Donner l'expression de  $\vec{v}_{C_2}$  en fonction de  $\omega_2$ .



Quelle est la valeur de  $T_2$  ?

II) Pour le circuit ci-contre, on donne  $e_1(t) = e_2(t) = E \cos(\omega t)$ . Donner la notation complexe de  $e_1$  et  $e_2$  puis les impédances complexes de  $C$  et  $R$ . Redémontrer celle de  $C$ .



Donner la tension  $u(t)$  aux bornes de  $C$  par le théorème de superposition, puis par une autre méthode, en complexe, puis en réel.

Même questions pour  $e_1(t) = E \cos(\omega t)$ ,  $e_2(t) = E \sin(\omega t)$ .

**Planche 12**

I) Déterminer par un raisonnement physique la nature du filtre. Mettre la fonction de transfert sous la forme :

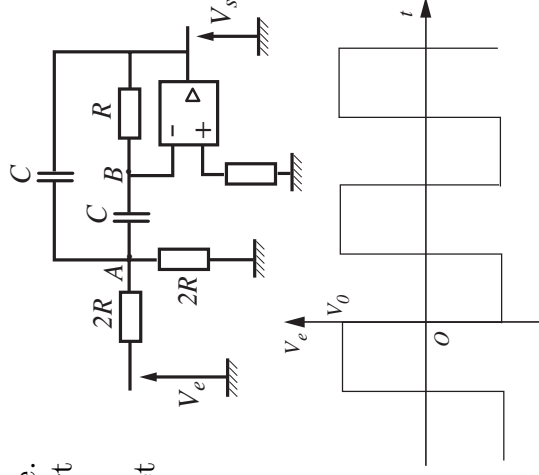
$$H(j\omega) = \frac{H_0}{1 + j\theta\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \text{ et}$$

préciser  $H_0$ ,  $\theta$ ,  $\omega_0$ .

Déterminer la pulsation centrale et la largeur de la bande de passante.

Dessiner le gain.

Donner la réponse du filtre à un signal d'entrée  $V_e$  représenté ci-contre.



II) On dispose un objet  $AB$  de 2 cm, une lentille convergente et un écran à distance  $D = 1,25$  m de l'objet, sur lequel l'image  $A'B'$  est nette. Si  $O$  est le centre de la lentille, on note  $\rho = \overline{OA}$ ,  $\rho' = \overline{OA'}$ . On donne  $d = 75$  cm.

Exprimer  $\rho$  en fonction de  $\rho'$  et  $D$ .

Lors de cette manipulation, exprimer la focale-image en fonction de  $D$  et  $d$ .

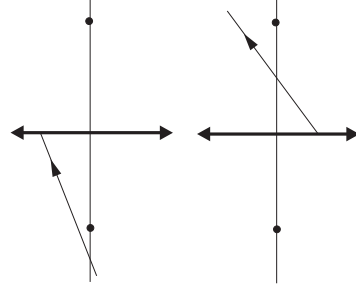
**Planche 13**

I) On donne une lentille mince convergente :

Tracer le rayon émergent par deux méthodes différentes.

Mêmes questions pour une lentille mince divergente.

Une personne atteinte de myopie ne distingue pas les objets situés à l'infini.



Sa vision est caractérisée par une distance  $D_m$  au-delà de laquelle elle ne distingue plus les objets nettement. Pour corriger ce défaut, on utilise une lentille divergente.

Tracer l'image  $A'B'$  d'un objet réel  $AB$  proche, puis situé à l'infini. Tracer l'image d'un objet virtuel.

Quelle distance focale faut-il utiliser pour qu'une personne dont la distance caractéristique  $D_m$  vaut 2 m distingue les objets ?

II) Les vecteurs  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$  des ondes magnétiques définies par

$$\vec{B}_1 = B_0 e^{i(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r})} \vec{e}_z \text{ et } \vec{B}_2 = B_0 e^{i(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})} \vec{e}_z, \text{ vérifient :}$$

$$\|\vec{k}_1\| = \|\vec{k}_2\| = k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \text{ et font respectivement un angle } +\alpha \text{ et } -\alpha \text{ avec l'axe } (Ox).$$

Déterminer le champ résultant et le caractériser en donnant la direction de propagation, la vitesse de phase, la longueur d'onde, l'amplitude. Calculer le champ électrique associé. Déterminer le vecteur de Poynting. Commenter.

### Planche 14

I) Un point  $M$  de masse  $m$  glisse sans frottement le long d'un quart de cercle. À  $t = 0$ , l'angle vaut  $\theta_0$ .

Justifier que l'énergie mécanique se conserve.

Tant que le contact dure, trouver  $\dot{\theta}$  en fonction de  $\theta$ .

Trouver l'angle où le point mobile décolle et calculer le temps qu'il met pour décoller (on supposera  $\theta_0 \ll 1$ ).

II) Une barre métallique de longueur  $L$ , de capacité thermique négligeable, de conductivité  $\lambda$ , est mise en contact en  $x = 0$  avec une source de température initiale  $T_{10}$ , de capacité  $c_1$ , et en  $x = L$  avec une source de température initiale  $T_{20}$ , de capacité  $c_2$ . Trouver  $T_1(t)$  et  $T_2(t)$  puis calculer la variation d'entropie du système entier entre  $t = 0$  et  $t \rightarrow +\infty$ .

### Planche 15

I) Un conducteur sphérique de centre  $O$  et portant la charge  $Q$  est isolé dans le vide.

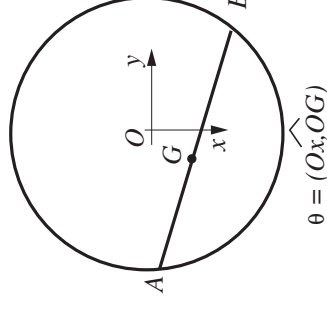
Déterminer  $v$ , la densité surfacique de charge du conducteur.

Calculer  $\vec{E}_{\text{int}}$ ,  $\vec{E}_{\text{ext}}$ ,  $\vec{V}_{\text{int}}$ ,  $\vec{V}_{\text{ext}}$ , la capacité  $C$  et tracer  $E(r)$  et  $V(r)$ .

II) Une tige  $AB$  =  $\frac{2R}{\sqrt{2}}$ , de moment

$$J = \frac{1}{2} mR^2 \text{ par rapport à l'axe } Oz, \text{ glisse}$$

sans frottement, dans une cuvette liée à un repère galiléen. Calculer l'énergie cinétique de la tige et  $\varepsilon_p$  si en  $\theta = (Ox, \vec{OG}) = 0$ ,  $\varepsilon_p = 0$ . Étudier les positions d'équilibre et leur stabilité. Trouver la période  $T$  des petites oscillations.



Retrouver ces résultats par le théorème du moment cinétique.

III) Donner l'équation de propagation et la relation de dispersion dans un milieu  $\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$ ,  $\gamma$ , pour  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ .

IV) Que se passe-t-il lorsque de la lumière blanche arrive sur un prisme ? Pourquoi ?

### Planche 16

I) le disque  $D$ , de centre  $C$ , rayon

$a$  et masse  $M$ , de moment d'inertie

$$J = \frac{1}{2} Ma^2 \text{ roule sans glisser en } I$$

d'abscisse  $x$  ; on rajoute en  $P$  une

masse  $m$ .

Initialement,  $\theta \neq 0$  et  $\dot{\theta} = 0$ .

Donner une relation entre  $\dot{x}_C$  et  $\dot{\theta}$ .

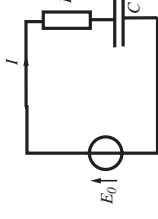
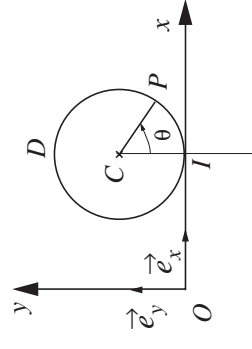
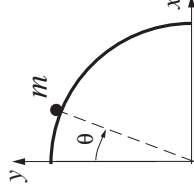
Calculer l'énergie cinétique du système  $\{D + P\}$ .

Calculer son énergie potentielle sachant que  $\vec{E}_p = 0$  en  $\theta = 0$ .

Trouver les positions d'équilibre stable.

Donner la période des petites oscillations.

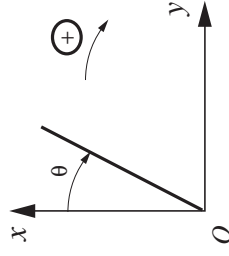
II) Donner la loi d'évolution de  $i(t)$  durant la charge du condensateur. Après avoir atteint le régime permanent, on écarte brusquement les armatures du condensateur et la capacité passe de  $C$  à  $C_1$ .



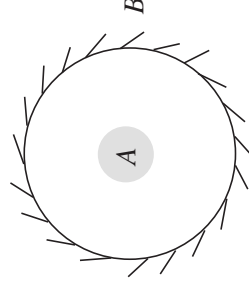
On choisit cet événement comme origine des temps. Déterminer  $i(t)$ .  
Faire les bilans énergétiques de la première et de la deuxième phases.

**Planche 17**

I) La barre est de longueur  $2L$ , de moment d'inertie  $J = \frac{4}{3} mL^2$  par rapport à  $Oz$ ; on note  $f$  le coefficient de frottement. Déterminer  $\vec{R}$  au cours de la phase de non-glisser. Exprimer l'énergie limite de non-glisser en fonction de  $f$ .

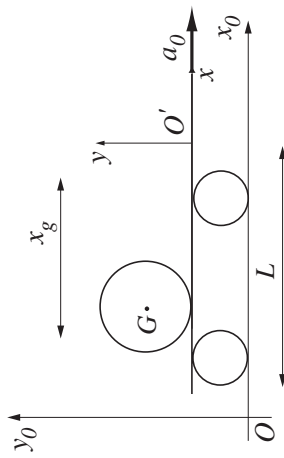


II) Initialement,  $A$ , de capacité massique  $c$ , est à la température  $T_A$  uniforme; on suppose connue la constante de Stephan  $\sigma$ . Le milieu  $B$  est à température  $T_B$  constante. Déterminer  $P_{B \rightarrow A}$  et la loi  $T(t)$  si on pose  $T_A = T_B + Q_A$ ,  $T = T_B + Q$  où  $Q$  et  $Q_A$  sont petits.



**Planche 18 Abordable en partie en 1<sup>re</sup> année**

I) Un cylindre de centre de gravité  $G$  roule sans glisser sur la plate-forme de longueur  $L$  d'un camion. Son moment d'inertie par rapport à son axe de rotation est  $J = \frac{1}{2} mR^2$ .



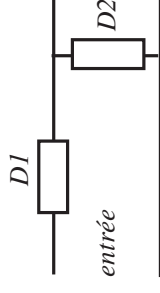
L'accélération du camion est constante et vaut  $a_0$ ; à l'instant initial, le cylindre est immobile.

Calculer  $\vec{\Omega}$  en fonction de  $\frac{dx_G}{dt}$ .

Donner les expressions de  $E_c$  et  $E_p$  en fonction de  $x_G$  et  $\frac{dx_G}{dt}$ .

Quelle est la nature du mouvement du cylindre? Calculer le temps  $t_1$  au bout duquel  $G$  est à l'extrémité de la plate-forme.

II) Deux dipôles  $D_1$  et  $D_2$  sont constitués d'une résistance  $R$ , d'un condensateur  $C$  et d'une bobine  $L$ .



Tout d'abord, quand la tension est continue à l'entrée et en sortie ouverte, on a un courant  $i_0 > 0$ .

Puis, quand l'entrée est sinusoïdale,  $e(t) = E \cos(\omega t)$ , on a un filtre passe-bande; le gain est maximum pour la fréquence  $f_0$  et la bande passante à  $-3\text{dB}$  vaut  $\Delta f$ .

Faire le schéma de l'ensemble avec  $R, L, C$  puis les calculer.

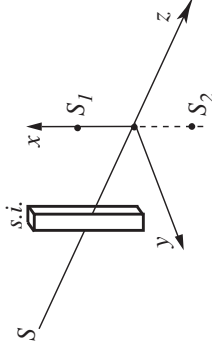
**Planche 19**

Une barre de masse  $m$  et de longueur  $2l$ , initialement verticale, tombe en formant un angle  $\theta$  avec la verticale. On note  $f$  le coefficient de frottement.

En supposant qu'il n'y a pas glissement de la barre, exprimer la réaction  $R$  du support en fonction de la masse  $m$ , de  $g$  et  $\theta$ . Calculer l'angle  $\theta_0$  à partir duquel le glissement se déclenche et tracer  $f$  en fonction de  $\theta_0$ .

**Planche 20 Abordable en partie en 1<sup>re</sup> année**

I) Dans le schéma ci-contre, s.i. représente un système interférométrique; les coordonnées de  $S_1$  et  $S_2$  sont respectivement  $(\frac{a}{2}, 0, 0)$  et  $(-\frac{a}{2}, 0, 0)$ .

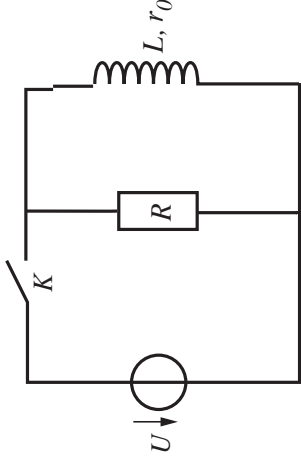


Déterminer l'intensité en un point  $M$  vérifiant  $\vec{OM} = r\vec{e}_r$  en fonction de  $S_1M = r_1$  et  $S_2M = r_2$ .

Preciser la nature des surfaces où l'intensité  $I$  est constante. Qu'observe-t-on dans un plan parallèle à  $Ox$ ?

En supposant  $r \gg a$ , déterminer la différence de marche en fonction de  $a$  et  $\theta$ , l'angle  $(S_1 S_2, r)$ .

III) En régime permanent, déterminer le courant  $I_0$  traversant la bobine du montage ci-contre. On ouvre  $K$  : donner le courant  $i(t)$  dans la bobine.



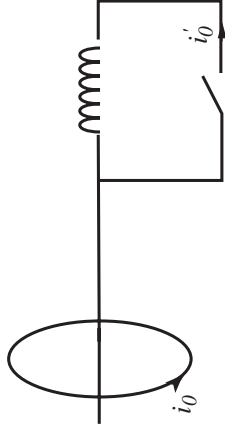
III) Pourquoi y-a-t-il un champ  $\vec{E}$  en tout point du solénoïde ? Quelle est l'équation de Maxwell utilisée ? Donner sa forme intégrale. On suppose le solénoïde infini : déterminer le sens et la direction de  $\vec{E}$  puis calculer sa valeur.

### Planche 21 Abordable en totalité en 1<sup>re</sup> année

I) Calculer le champ magnétique créé par une spire de rayon  $a$  sur son axe.

Sur l'axe de la spire, on ajoute un solénoïde de rayon  $b \ll a$ .

Calculer le flux magnétostatique sur une portion de longueur  $dz$  de ce solénoïde. On réalise le circuit ci-contre ; on ferme l'interrupteur  $K$  : calculer l'inductance mutuelle  $M$  et  $i'_0$ .



II) On dispose de deux lentilles  $L_1$  et  $L_2$  de centre optiques  $O_1$  et  $O_2$ . On note  $e = O_1 O_2$  et on donne  $V_1 = 20$  dioptries,  $V_2 = -40$  dioptries.

On observe un objet à l'infini : quelle est la condition pour que l'image par le système optique soit réelle ? Pour  $e = 3$  cm, on observe un bâtiment situé à 200 m de  $O_1$  de hauteur 25 m. Calculer la hauteur de l'image de ce bâtiment. Calculer la distance entre l'image d'un objet à l'infini et  $L_1$ . Quel est l'intérêt d'un tel système optique par rapport à une seule lentille convergente ?

### Planche 22

I) Un repère  $R'(O, x', y', z)$  tourne sur l'axe  $(Oz)$  dans le repère  $R(O, x, y, z)$  orthonormé  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ , à la vitesse  $\omega_0$  constante. Un barreau  $[A, B]$ , rigide, homogène, de masse  $m$ , de longueur  $2l$  et de centre de masse  $G$ , est placé de telle manière que  $A$  puisse coulisser sur  $(Oz)$ ,  $z < 0$  et  $B$  sur l'axe  $(Ox')$ . On repère le barreau par l'angle  $\theta = (AO, AB)$ .

Exprimer toutes les forces conservatives, et préciser leur point d'application.

On pose  $a = mgl$ . Calculer l'énergie potentielle de pesanteur  $E_{pp}$ . L'énergie potentielle centrifuge de la barre est  $E_{pc} = -b\omega_0^2 \sin^2 \theta$  où  $b$  est une constante que l'on ne cherchera pas à déterminer ; calculer l'énergie potentielle totale appliquée à la barre.

Calculer les positions d'équilibre de la barre, et discuter de leur stabilité.

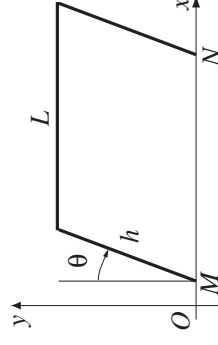
II) L'axe  $(Oy)$  d'un repère  $R(O, x, y, z)$  orthonormé possède une densité linéique de charges  $-\lambda$  pour  $y < 0$ ,  $+\lambda$  pour  $y > 0$ . Calculer le champ  $E(M)$  en un point  $M$  de l'axe  $(Ox)$ .

### Planche 23

I) Dans un air à  $20^\circ\text{C}$ , une tasse de capacité  $C$ , d'épaisseur  $e$ , de surface extérieure  $S$  et de conductivité  $\lambda$ , contient du café à  $80^\circ\text{C}$ . Il existe un coefficient rayonnant-convectif  $h$  entre l'air et la tasse. L'épaisseur étant faible, on considère le transfert comme monolinéaire.

Exprimer l'évolution de la température de la surface extérieure en fonction du temps.

II) La grande barre est liée aux petites de manière à toujours rester horizontale. Il existe un couple de rappel  $c = k\theta$  en  $M$  et  $N$ . Chaque petite barre a un moment  $J$  par rapport à  $(Oz)$ , la répartition de masse est uniforme.

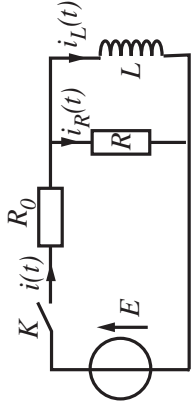


Donner l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de pesanteur.

Par le théorème de conservation de l'énergie, établir l'équation différentielle du mouvement.  
 À quelle condition peut-on envisager un équilibre ? Le cas échéant, quelle est la période des oscillations ?

**Planche 24 Abordable en partie en 1<sup>re</sup> année**

I)  $E$  est constant. À  $t = 0$ , on ferme  $K$ . Trouver les expressions de  $i(0), i_R(0), i_L(0)$  et de  $i(\infty), i_R(\infty), i_L(\infty)$ .



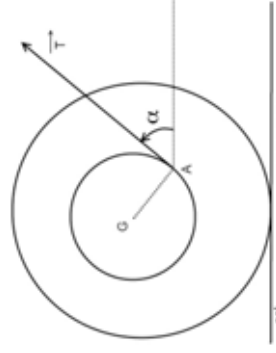
Quelle équation différentielle vérifie  $i_L$  ? La résoudre, en déduire  $i$  et  $i_R$ . Tracer les trois fonctions sur un même graphique.

II) Déterminer la résistance d'une coque sphérique ( $R_1 < R_2$ ) en contact avec une source interne à température  $T_1$  et une source externe à température  $T_2$  ; en déduire le flux la traversant.  
 On plonge un glaçon sphérique de rayon  $R(0) = R_0 = 3$  cm dans un grand bac d'eau.

Calculer le temps de fonte sachant que le régime est quasi-permanent, l'extérieur  $R(t)$  du glaçon est à la température de fusion  $T_f$  et l'eau, très loin du glaçon, est à température  $T_0 = 293$  K. On mettra en équation la propagation du front de l'eau. On suppose connus  $\lambda, \rho$  et la chaleur latente de fusion de l'eau.

**Planche 25**

Un solide formé de deux cylindres identiques de  $2R$  sont reliés par un cylindre de rayon  $R$  autour duquel s'enroule un fil sur lequel on exerce une tension constante  $\vec{T}$  au point  $A$ .  $\vec{T}$  fait un angle  $\alpha$  avec l'horizontale, il y a roulement sans glissement, et les cylindres sont homogènes ( $J = \frac{mR^2}{2}$ ).



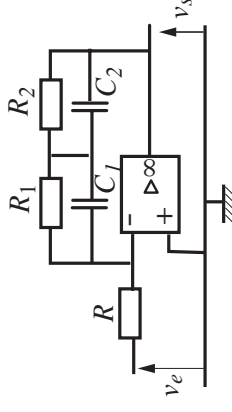
Calculer la vitesse de  $G$  puis celle de  $A$  dans le repère fixe.

Calculer la puissance de la tension  $T$ , l'énergie cinétique totale et l'accélération de  $G$  dans le repère fixe. Commenter.

**Planche 26 Abordable en totalité en 1<sup>re</sup> année**

I) L'amplificateur opérationnel du circuit électrique ci-dessous est idéal et fonctionne en régime linéaire.

Analyser le comportement du circuit à très haute fréquence et à très basse fréquence.



Calculer  $\underline{H}(j\omega) = \frac{V_s}{V_e}$  et mettre le résultat sous la forme :

$$\underline{H} = K \frac{1 + j \frac{\omega}{\omega_3}}{(1 + j \frac{\omega}{\omega_1})(1 + j \frac{\omega}{\omega_2})}$$
 ; exprimer  $K, \omega_1, \omega_2, \omega_3$ .

Faire l'application numérique avec  $R = 1610 \Omega, R_1 = 15 \text{ k}\Omega, R_2 = 1100 \Omega, C_1 = 0,22 \mu\text{F}$  et  $C_2 = 15 \text{ nF}$ .

Exprimer littéralement le gain en décibels. Tracer précisément le diagramme de Bode asymptotique en gain.

II) On représente un microscope par une lentille  $L_1$ , l'objectif, de distance focale  $f'_1 = 0,5$  cm et une lentille  $L_2$ , l'oculaire, de distance focale  $f'_2 = 2,5$  cm.

Les deux lentilles sont coaxiales et séparées, avec  $\overline{F'_1 F'_2} = \Delta = 16$  cm. On souhaite observer un objet  $AB = 0,1$  cm par le microscope. On note  $A_1 B_1$  l'image de  $AB$  par  $L_1$  et  $A' B'$  l'image de  $A_1 B_1$  par  $L_2$ . Où doit se situer  $A'$  pour que l'oeil observe  $AB$  par le microscope sans accommoder ? En déduire la position de  $A_1$ . Calculer alors  $\overline{F'_1 A}$ . Faire un schéma de la construction géométrique.

Calculer le grandissement  $\gamma_1$  de la lentille  $L_1$ .



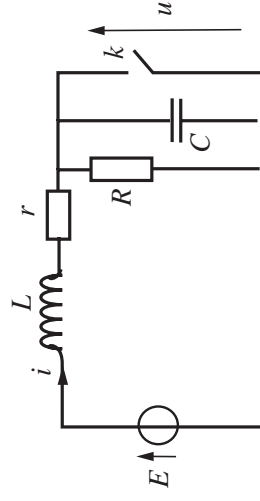
**Planche 27 Abordable en totalité en 1<sup>re</sup> année**

I) On note  $u$  la tension aux bornes du condensateur, l'interrupteur est ouvert, le condensateur chargé.

Montrer que  $u$  vérifie :

$$\frac{E}{LC} = \ddot{u} + 2\lambda\dot{u} + \omega_0^2 u.$$

Exprimer  $\lambda$  et  $\omega_0$ .



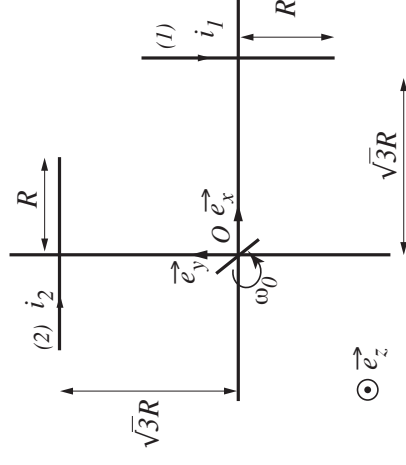
On note  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2} \in \mathbb{R}$  ; résoudre l'équation différentielle, donner la solution en fonction de  $\omega$  et de deux constantes  $A$  et  $B$ , que l'on déterminera par la suite.

À  $t = 0$  on ouvre  $k$  qui était jusque là fermé, de sorte que le régime stationnaire ait été atteint. Exprimer  $u(0)$  et  $i(0)$ , puis  $A$  et  $B$ .

**Planche 28**

I) Le champ magnétique créé en un point  $M$  de son axe, par une bobine de rayon  $R$  et de  $N$  spires, parcourue par un courant  $I$ , est donné par  $B(M) = \frac{\mu_0 NI}{2R} \sin^3 \beta$  où  $\beta$  est l'angle classiquement défini.

On place deux bobines identiques (1) et (2) de telle sorte que leurs axes soient orthogonaux et sécants en  $O$ . Les vecteurs surfaces sont respectivement orientés selon  $+\vec{e}_x$  et  $+\vec{e}_y$ . Les bobines sont parcourues par des courants  $i_1 = I_m \cos(\omega t)$  et  $i_2 = I_m \sin(\omega t)$  respectivement. Calculer  $\vec{B}(O)$  et donner ses caractéristiques.

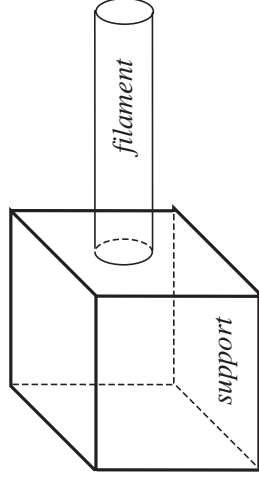


On place en  $O$  une très petite spire de surface  $s$ , de résistance  $r$ , en rotation autour de  $(Oz)$  à vitesse constante  $\omega$ . À  $t = 0$ , le plan de la spire est confondu avec  $(yOz)$ .

Calculer la f.e.m. induite dans la spire et la norme du moment magnétique équivalent à la spire.

Quel couple, dû aux efforts de Laplace, subit la spire ?

II) Le filament d'une lampe à incandescence, de longueur  $l \gg r$ , de rayon  $r = 0,03$  mm, de conductivité thermique  $\lambda$  et résistance  $R$ , est parcouru le long de ses génératrices, par un courant uniforme d'intensité  $I = 1,5$  A.



On néglige la conduction-convection et on considère le filament comme un corps noir.

Trouver, en régime permanent, la température  $T_f$  du filament. Quelle est alors la longueur d'onde maximale rayonnée ? Après estimation de son ordre de grandeur, dire dans quel domaine elle se trouve.

On suppose maintenant que le support est un « point froid » pour le filament, à une température  $T_s = 400$  K. On note  $T(x)$  la température le long du filament, celle-ci tendant vers  $T_f$ .

Montrer, par un bilan énergétique, que  $\frac{d^2 T}{dx^2} - \frac{T(x)^4 - T_f^4}{T_f^3 \delta^2} = 0$ , où  $\delta$  est une constante à déterminer.

Comparer la puissance due à l'écoulement de la chaleur du support vers le filament et la puissance rayonnée.

On rappelle les constantes utiles dans les lois de Wien et de Stefan,  $C = 2898 \mu\text{m.K}$  ;  $\sigma = 5,68 \cdot 10^{-8} \text{ J.K}^{-4} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ .

**Planche 29 Abordable en partie en 1<sup>re</sup> année**

I) Un câble coaxial d'axe  $z$ , considéré comme infiniment long suivant  $z$  est constitué d'une gaine au potentiel  $V_2$ , de rayon  $b$ , où circule un courant  $I$  orienté suivant  $+z$ , et d'un cœur au potentiel  $V_1$ , de rayon  $a$ , où circule un courant  $I$  orienté suivant  $-z$ . On donne la divergence et le rotationnel en cylindrique.

Déterminer le champ  $E$  entre la gaine et le coeur, en utilisant les formules données.

Déterminer le champ  $B$  en tout point de l'espace, en utilisant les formules données. Commenter le résultat.  
Calculer le vecteur de Poynting. Commenter.

II) Un système est formé de deux lentilles, la première convergente de centre  $O_1$ , la seconde divergente de centre  $O_2$ , séparées d'une distance de  $e = 75$  mm.

On place une pellicule au point  $A$  derrière la lentille divergente et on donne  $f_1 = 100$  mm et  $f_2 = -50$  mm, les distances focales des deux lentilles. La pellicule est placée de telle manière que les images des objets provenant de l'infini soient nettes.

Placer les foyers des lentilles et tracer un rayon provenant de l'infini ainsi que son image au travers du système optique.

Calculer l'encombrement de l'appareil, c'est à dire la distance  $O_1A$ .

On souhaite photographier la tour Eiffel qui se situe à une distance de 2 km et a une hauteur de 324 m. Son image rentrera-t-elle sur la pellicule de taille  $24 \times 32$  ?

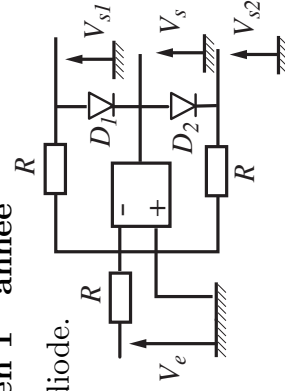
En conservant le même grandissement, on souhaite s'affranchir de la lentille divergente. Calculer alors l'encombrement de l'appareil et conclure.

### Planche 30 Abordable en partie en 1<sup>re</sup> année

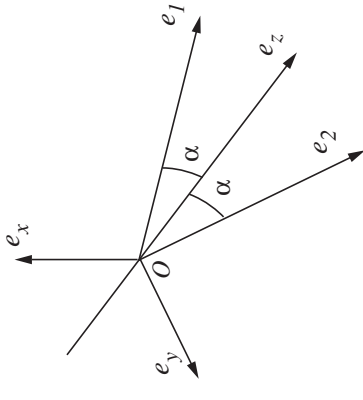
On rappelle le fonctionnement d'une diode.

I) L'amplificateur opérationnel du circuit ci-contre est supposé idéal et fonctionne en régime stationnaire.

Faire un graphe représentant  $V_{s1}, V_{s2}, V_s$  en fonction de  $V_e$ .



Quel filtre obtient-on en reliant en sortie de ce circuit un circuit identique avec  $V_e = |V_s|$  ?



II) Deux ondes planes monochromatiques de même amplitude  $A$ , de même longueur d'onde  $\lambda$  sont polarisées respectivement suivant  $\vec{e}_1$  et  $\vec{e}_2$  tous deux dans le plan  $yOz$ , et formant, le premier un angle  $\alpha$ , le second un angle  $-\alpha$  avec  $\vec{e}_z$ . Ces ondes sont supposées en phase en  $O$ .

On note  $\vec{OM} = \vec{r}$ .

Exprimer l'intensité en un point  $M$  de l'espace en fonction du déphasage  $\phi_2 - \phi_1$  entre les deux ondes.

Exprimer cette même intensité en fonction de  $\lambda$ ,  $\alpha$  et  $(x, y, z)$ .

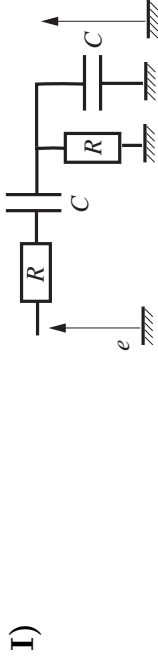
Donner l'équation des surfaces d'onde. Qu'observe-t-on dans les plans  $(xOy)$ ,  $(yOz)$  et  $(xOz)$  ?

Présenter un dispositif optique permettant de visualiser ces figures d'interférence.

**Planche 1 I abordable en Sup**

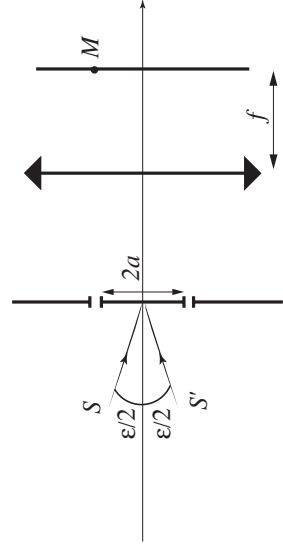
- I) On a une spire circulaire d'axe  $Oz$ . Donner la direction du champ sur l'axe, dans le plan de la spire puis n'importe où dans l'espace. Calculer le champ en un point de l'axe en fonction d'une variable angulaire.  
 Calculer  $B(M')$  où  $M'$  est au voisinage de l'axe.  
 II) Un disque roule sans glissement sur un plan incliné ;  $T = fN$ . Écrire l'hypothèse de roulement sans glissement. Écrire le théorème de la résultante cinétique en le projetant sur une base « adaptée ».  
 Écrire le théorème du moment cinétique.

**Planche 2 I abordable en Sup**



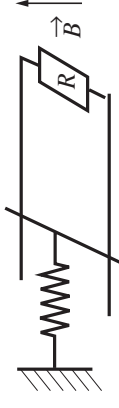
Donner la fonction de transfert, le comportement en haute et basse fréquences (sans calcul), le diagramme de Bode. Quelle est la réponse à un signal triangulaire de période  $T$  ? À un échelon ?

- II) Pour le dispositif optique décrit par le dessin ci-contre, donner  $I(M)$  due à  $S$  seul, à  $S'$  seul, puis aux deux. Donner la figure d'interférence. Comment calculer  $\mathcal{E}$  ?



**Planche 3**

- I) Une barre métallique de masse  $m$  posée sur deux rails reliés, est accrochée à un ressort de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ .



On néglige le frottement de la barre sur les rails. La résistance du circuit est modélisée par une résistance  $R$ , le champ  $\vec{B}$  est uniforme, permanent et perpendiculaire aux rails. Donner l'équation du mouvement de la barre.

- II) Commenter les figures a et b.

Décrire un montage expérimental pour la figure b en précisant tous les éléments utilisés. On se placera dorénavant dans ces conditions.



Donner l'ordre de grandeur de l'intensité d'éclairage entre la tâche 1 et la tâche 2. Comment allonger horizontalement la tâche centrale ? Que se passe-t-il si on translate l'objet diffractant parallèlement à la figure de diffraction ? Donner l'expression de l'intensité et faire un graphique.

**Planche 4 II abordable en Sup**

- I) On donne deux électrodes de surface  $S$ , la cathode ( $V_c$ ) à l'origine  $O$  des abscisses, l'anode ( $V_a > V_c$ ) à  $x = L$  ; un champ électrique uniforme règne entre  $O$  et  $L$ , il est nul sur les électrodes (conducteur). Par chauffage de la cathode, il se dégage des électrons

$(m, -e)$ , vitesse négligeable. On note  $n(x)$  le nombre d'électrons à l'abscisse  $x$ .

Déterminer le lien entre  $v(x) = \|\vec{v}(x)\|$  et  $V(x)$ . Donner la relation entre  $\vec{j}(x), n(x), \vec{v}(x)$ . Établir une équation liant  $\frac{d^2V}{dx^2}$  et  $\rho(x)$ .

Montrer que  $\vec{j}$  est indépendant de  $x$ .

En supposant que le milieu suit la loi d'Ohm, déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $V$ . En fait, il n'en est rien ; montrer que  $\frac{d^2V}{dx^2} = BV^n(x)$  où l'on exprimera  $B$  en fonction des données.

**II)** Un cylindre fermé est constitué de deux compartiments ; le premier, de volume  $V_1$ , contient  $n_1$  moles de  $N_2$  à pression  $P_1$  et température  $T_1$  ; le second, de volume  $V_2$ , contient  $n_2$  moles de  $N_2$  à pression  $P_2$  et température  $T_2$ . La capacité thermique  $C$  du diazote est indépendante de  $T$ .

On ôte la paroi séparatrice : calculer la température et la pression finales.

Pour  $T_1 = T_2, V_1 = V_2, n_1 = n_2$ , calculer la température et la pression finales, puis faire un bilan énergétique.

### Planche 5

**I)** On place 1 L d'eau à température  $T_0$  dans une bouilloire de masse en eau 0, 25 kg fonctionnant à 220 V avec une puissance de 2000 W. Calculer le temps nécessaire pour faire bouillir l'eau et celui nécessaire à l'évaporation totale de l'eau si on suppose la bouilloire sans perte.

Mêmes questions pour une bouilloire cylindrique de rayon  $a$  et hauteur  $h$  subissant des pertes vérifiant la loi de Newton  $P = K(T - T_0)$  sur la surface latérale uniquement.

La résistance de la bouilloire est cylindrique, de rayon  $b$  et de conductivité  $\gamma$  : exprimer sa longueur.

**II)** Expliquer le principe d'un interféromètre de Michelson en coin d'air (éclairage, miroirs, localisation, etc) et exprimer l'interfrange. Tracer la marche d'un rayon ; d'où vient l'appellation « coin d'air » ? Pourquoi le système est-il équivalent à un coin d'air ?

La distance minimum de l'oeil humain aux miroirs est  $d_m = 25$  cm, son pouvoir de résolution vaut alors  $\eta$  mm ; quel angle limite permet de voir des franges ?

On observe les franges avec une lentille de focale  $f = 20$  cm, le grandissement est  $\gamma = -4$  ; trouver les positions du miroir et de son image.

### Planche 6

**I)** Un plasma est chargé avec des ions  $+q$  et des électrons  $-q$  ; on se place en coordonnées sphériques en un point  $M$  à distance  $r$  d'un ion  $O$  considéré comme origine. On a le potentiel  $V(r)$  et les densités volumiques d'ions  $\rho_i = n_0 e$  et d'électrons  $\rho_e = n_0 e \exp \frac{eV(r)}{k_B T}$ .

On donne  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C,  $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J.K $^{-1}$ , et la formule du laplacien en coordonnées sphériques ; on pose  $\lambda_D^2 = \frac{n_0 e^2}{k_B T \epsilon_0}$ .

Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $V(r)$ . La linéariser en supposant que l'énergie liée au potentiel est négligeable devant l'énergie cinétique microscopique (i.e. agitation thermique). Tracer l'allure de  $V(r)$ .

Démontrer l'équation de Poisson ; vérifier l'homogénéité de  $\lambda_D$  et en donner une interprétation physique.

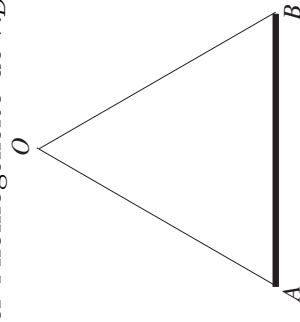
**II)** Une barre homogène de masse  $m$  et longueur  $l$  est suspendue en  $O$  par deux fils de longueur  $l$  et de masse négligeable.

Déterminer les tensions des fils exercées en  $A$  et  $B$  à l'instant initial.

En  $t = 0$ , on brûle le fil  $(OB)$  ; déterminer la tension du fil  $(OA)$  à  $t = 0^+$ , en supposant les fils toujours tendus et sachant que

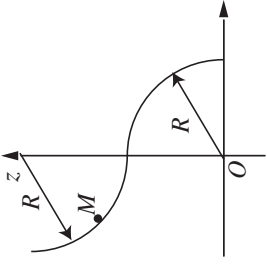
$$J_{Gz} = \frac{ml^2}{12}.$$

Pourquoi peut-on appliquer le théorème du moment cinétique en  $G$  et  $O$  mais pas en  $A$  ?



### Planche 7 I abordable en Sup

I) On lache une bille  $M$ , qui glisse sans frottement, sans vitesse initiale à hauteur  $R+h$ ; trouver une relation entre  $R$  et  $h$  pour qu'elle décolle en  $R-h$ . En déduire le cosinus de l'angle de décollement.



II) Calculer le flux de  $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$  à travers un disque situé dans  $(Oxy)$ .

Calculer le flux de  $\vec{B}$  à travers la demi-calotte reposant sur ce disque.

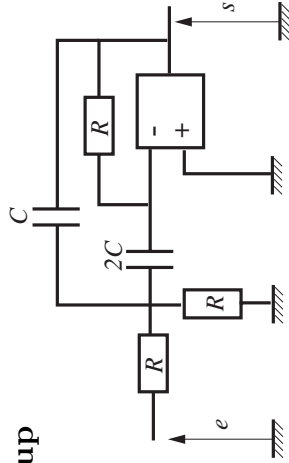
Calculer  $\vec{M}$  et la résultante de Laplace pour une spire de courant  $I$  dans  $(Oxy)$ .

### Planche 8 I abordable en Sup

I) Donner sans calcul la nature du filtre.

Mettre la fonction de transfert sous la forme:

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$



Déterminer la bande passante et la pulsation centrale. Étudier le diagramme de Bode.

II) Équation de la chaleur en régime stationnaire pour un cylindre de rayon  $a$ , de longueur  $l \gg a$ , parcouru par un courant  $I$  parallèle aux génératrices et de conductivité ohmique  $\gamma$ . Donner l'évolution de  $T(r)$  sachant que la température ambiante est  $T_0$ .

Y a-t-il plus d'échange de chaleur pour un échange de type conducto-convectif avec l'extérieur? Donner la nouvelle évolution de  $T(r)$ .